Didaktisches Material

zu

Röntgenpulsare

Sterne und Weltraum, Oktober 2006, S. 38-45

Ute Kraus

Themen: Doppelsternsystem, Eigenschaften von Neutronensternen, Lichtablenkung

Vorkenntnisse: Kreisbewegung, Doppler-Effekt, Newtonsches Gravitationsgesetz

Inhalt: Abschätzung der Bahnparameter von Cen X-3 aus Original-Beobachtungsdaten, Aufgaben zu Eigenschaften von Neutronensternen und zur Lichtablenkung

Bezüge – Fach: Physik, Fachgebiet: Mechanik, Stichworte: Kreisbewegung, Gravitation, Fachgebiet: Relativitätstheorie, Stichworte: Lichtablenkung, – Fach: Astronomie, Stichworte: Doppelsternsysteme, Neutronensterne, Röntgenpulsare

Info im Internet: `http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de/`

Kontakt: ute.kraus@uni-tuebingen.de - Ich freue mich über Kommentare und Erfahrungsberichte.

Inhaltsverzeichnis

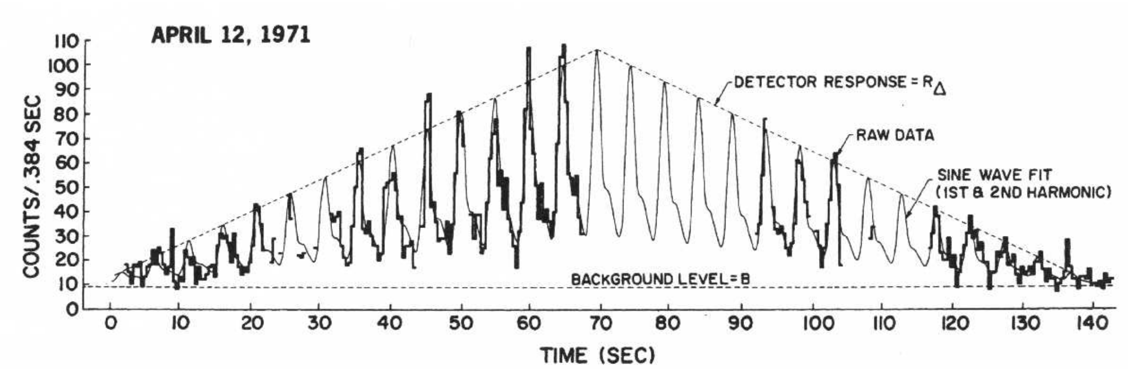

Fig. 2.—Histogram shows counts accumulated in 0.384-s intervals in the 2–6-keV energy range as a function of time on 1971 April 12. Missing portions of the data are due to quick-look transmission dropout. The spacecraft spin rate during this observation was about $0\overset{\circ}{.}07$ s^{-1}. The sinusoidal function fit to the data is shown as the continuous curve and is given analytically by the function $f = B + R_\Delta[A_0 \sin(\omega t + \phi_1) + A_1 \sin(2\omega t + \phi_2) + A_2 \sin(3\omega t + \phi_3) + C]$.

Abb. 1: Röntgenpulse von Centaurus X-3. Das Histogramm gibt die gemessenen Zählraten an, die dünne durchgezogene Linie ist eine Fitfunktion. Abbildung aus der Originalveröffentlichung von R. Giacconi et al [1].

1 Die Bahnparameter des Röntgenpulsars Centaurus X-3

1.1 Einleitung

Ein Röntgenpulsar ist ein Doppelsternsystem, das aus einem normalen Stern, vergleichbar der Sonne, und einem Neutronenstern besteht. Alle bekannten Röntgenpulsare sind so weit von der Erde entfernt, dass es nicht möglich ist, die beiden Komponenten im Teleskop einzeln zu erkennen. Im Teleskop ist ein Röntgenpulsar also einfach nur ein Punkt. Wir können beobachten, wie sich die Helligkeit dieses Punktes mit der Zeit ändert. Und diese Beobachtung können wir bei verschiedenen Wellenlängen machen: im Röntgenlicht, wo Pulsare zu den hellsten Quellen am Himmel gehören und entsprechend auffällig sind, aber auch im sichtbaren Licht, wo sie auf den ersten Blick eher unspektakulär als Sterne wie viele andere erscheinen.
Die Helligkeit als Funktion der Wellenlänge und der Zeit: Das ist alles, was wir von Röntgenpulsaren erfahren können und darauf beruhen alle Vorstellungen, die wir uns von diesen Objekten machen.

1.2 Der Röntgenstern

Anfang 1971 entdeckten Riccardo Giacconi und seine Mitarbeiter, dass die Röntgenemission der Quelle Centaurus X-3 gepulst ist (Abb. 1). Der Name Centaurus X-3 bedeutet übrigens, dass es sich um die dritte Röntgenquelle handelt, die im Sternbild Centaurus (Stier) entdeckt wurde.
Ein Jahr später veröffentlichte dieselbe Arbeitsgruppe nach der Analyse sämtlicher Cen X-3-Beobachtungen des Jahres 1971 zwei weitere Entdeckungen: Zum einen fanden sie, dass die Periode der Röntgenpulse nicht ganz konstant ist, sondern sinusförmig um einen Mittelwert variiert (Abb. 2 oben). Und zweitens stellten sie fest, dass die mittlere Rönt-

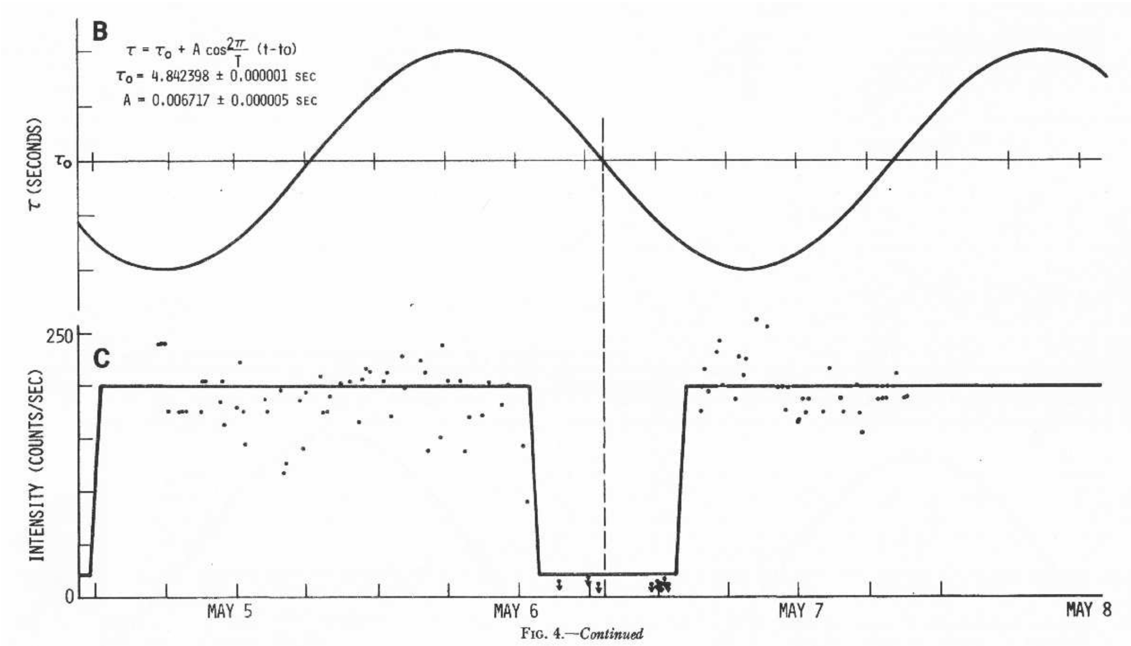

Abb. 2: Oben: Die Periode der Röntgenpulse variiert sinusförmig um den mittleren Wert τ_0 (gezeigt ist die Fitfunktion an die Daten). Unten: Die Röntgenintensität (über viele einzelne Pulse gemittelt) ist etwa alle zwei Tage für die Dauer eines halben Tages extrem gering. Abbildung aus der Originalveröffentlichung von E. Schreier et al [2].

genintensität (d.h. die über zahlreiche Pulse gemittelte Intensität) regelmäßig alle zwei Tage zwischen einem hohen und einem niedrigen Wert hin- und herwechselt (Abb. 2 unten). Sie zogen daraus den Schluss, dass hier zwei Sterne umeinander kreisen und wir von der Seite auf ihre Bahnen blicken: Einmal pro Umlauf läuft die Röntgenquelle hinter ihrem Begleiter vorbei und wird verdeckt, dann ist die Röntgenintensität niedrig. Und wegen des Doppler-Effekts ist die Periode der Röntgenpulse verlängert, wenn sich die Röntgenquelle auf ihrer Bahn von uns entfernt bzw. verkürzt, wenn sie sich nähert:

$$\tau = \tau_0 (1 - v_{||}/c), \tag{1}$$

wobei τ_0 die Pulsperiode ist, die man beobachten würde, wenn die Quelle in Ruhe wäre, $v_{||}$ die Komponente der Geschwindigkeit in Richtung auf den Beobachter und c die Lichtgeschwindigkeit (300 000 km/s).

Aufgabe 1
In Abb. 2 erkennt man:

a) Genau in der Mitte der Phase mit hoher Röntgenintensität hat die Pulsperiode gerade ihren mittleren Wert.

b) Während des Übergangs von der niedrigen zur hohen Intensität ist die Pulsperiode kürzer als die mittlere Periode τ_0; während des umgekehrten Übergangs ist sie länger.

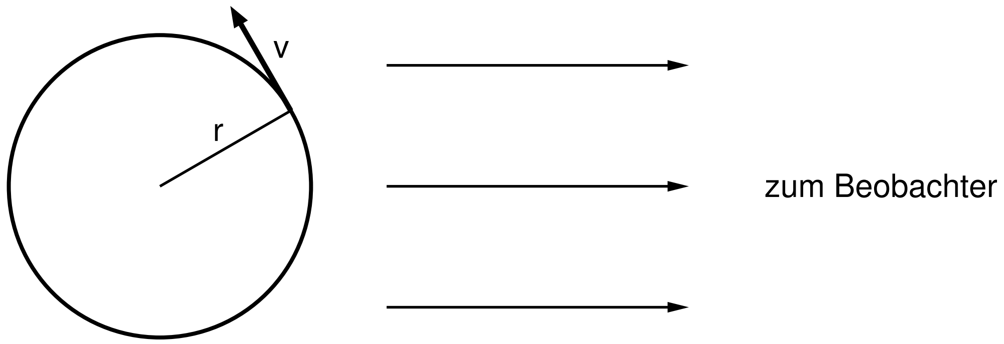

Abb. 3: Zu Aufgabe 2. Wir nehmen an, dass sich die Röntgenquelle auf einer Kreisbahn mit Radius *r* bewegt und wir von der Seite auf die Bahn blicken.

Beides muss zwangsläufig so sein, wenn die Deutung als Doppelsternsystem richtig sein soll – warum?

Aufgabe 2
Angenommen, die Röntgenquelle bewegt sich auf einer kreisförmigen Bahn, auf die wir genau von der Seite blicken, so dass die Blickrichtung in der Bahnebene liegt (Abb. 3). Die Kreisbahn hat den Radius r und wird in der Zeit P einmal durchlaufen. Wie ändert sich die beobachtete Periode der Röntgenstrahlung aufgrund des Doppler-Effekts mit der Zeit? (Der Beobachter ist sehr weit entfernt, d.h. die Richtungen zum Beobachter von verschiedenen Punkten der Bahn aus sind in sehr guter Näherung parallel.)
Bei Centaurus X-3 beträgt die Umlaufzeit $P = 2{,}1$ Tage und die mittlere Pulsperiode $\tau_0 = 4{,}8$ Sekunden. Die maximale bzw. minimale Pulsperiode ist um 0,0067 Sekunden größer bzw. kleiner als die mittlere. Mit welcher Geschwindigkeit kreist der Röntgenstern? Wie groß ist der Radius der Bahn von Centaurus X-3?

1.3 Der Begleitstern

Im Jahr 1974 wurde der Begleitstern von Centaurus X-3 identifiziert. Er wurde mit optischen Teleskopen beobachtet und auch hier fand man den Doppler-Effekt aufgrund der Bahnbewegung: Die Wellenlängen der Spektrallinien schwanken periodisch um einen Mittelwert.

Aufgabe 3
Wenn man auch beim Begleitstern annimmt, dass er sich auf einer Kreisbahn bewegt, dann schließt man aus der Beobachtung der Spektrallinien auf eine Bahngeschwindigkeit von 24 Kilometern pro Sekunde. Wie groß ist der Radius der Kreisbahn des Begleitsterns? (Zur Erinnerung: Die Umlaufzeit beträgt 2,1 Tage.)

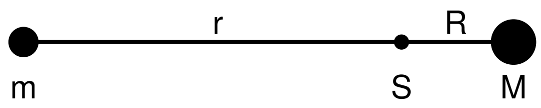

Abb. 4: Der Schwerpunkt S eines Systems aus zwei Kugeln liegt auf der Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte. Die Abstände r und R zu den beiden Kugeln hängen von den Massen m und M ab: $mr = MR$.

1.4 Die Massen

Die beiden Sterne in einem Doppelsternsystem bewegen sich unter dem Einfluss ihrer gegenseitigen Schwerkraft. Ihr gemeinsames Drehzentrum ist dabei der Schwerpunkt des Systems. Wo dieser liegt, hängt von den Massen ab; mit den Bezeichnungen von (Abb. 4) gilt:

$$mr = MR \tag{2}$$

In Abschnitt 1.2 wurde der Radius der Kreisbahn bestimmt, auf welcher die Röntgenquelle umläuft. Da die Röntgenquelle um den gemeinsamen Schwerpunkt kreist, ist das also der Abstand r des Röntgensterns der Masse m zum gemeinsamen Schwerpunkt. Analoges gilt für den Begleitstern (Masse M): In Abschnitt 1.2 wurde sein Abstand R zum gemeinsamen Schwerpunkt ermittelt. Damit ist also der Abstand der beiden Sterne voneinander

$$D = r + R \tag{3}$$

bekannt. Mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz können aus den bereits bekannten Parametern der Kreisbahnen nun auch noch die beiden Massen bestimmt werden. Dabei geht ein: Die gegenseitige Anziehungskraft ist

$$F = \frac{GmM}{D^2} \tag{4}$$

mit der Gravitationskonstanten $G = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \mathrm{m}^3/(\mathrm{kg\ s}^2)$. Für die Bewegung der Röntgenquelle auf ihrer Kreisbahn gilt

$$F = ma = mv^2/r \tag{5}$$

a die Beschleunigung, v die Geschwindigkeit, r der Radius der Kreisbahn.

Aufgabe 4
Wie groß ist das Massenverhältnis $q = m/M$?

Aufgabe 5
Wie groß sind die beiden Massen m und M?
Man vergleiche mit der Masse der Sonne $M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ kg.

Literatur

[1] R. Giacconi, H. Gursky, E. Kellogg, E. Schreier, H. Tananbaum: *Discovery of periodic X-ray pulsations in Centaurus X-3 from UHURU*, The Astrophysical Journal, vol. 167, L67-L73, 1971

[2] E. Schreier, R. Levinson, H. Gursky, E. Kellogg, H. Tananbaum, R. Giacconi: *Evidence for the binary nature of Centaurus X-3 from UHURU X-ray observations*, The Astrophysical Journal, vol. 172, L79-L89, 1972

2 Eigenschaften von Neutronensternen, Lichtablenkung

Ein Neutronenstern hat die Masse eines Sterns, aber einen Durchmesser von der Größe einer Stadt. Das bedeutet, dass seine mittlere Dichte extrem hoch ist.

Aufgabe 6
Angenommen, man könnte aus einem Neutronenstern ein Stück in der Größe eines Zuckerwürfels herausschneiden und hier auf der Erde abwiegen. Wie schwer wäre es?
(Masse des Neutronensterns: 1,4 Sonnenmassen, Sonnenmasse: $2 \cdot 10^{30}$ kg, Radius des Neutronensterns: 10 Kilometer, Volumen des Würfels: ein Kubikzentimeter. Der Neutronenstern soll als Kugel mit konstanter Dichte behandelt werden.).

In der Relativitätstheorie misst man gerne alle Größen in Zentimetern, auch z. B. Massen. Ist M die Masse eines Sterns, dann hat die Größe $r_S = 2GM/c^2$, G die Gravitationskonstante und c die Lichtgeschwindigkeit, die Dimension einer Länge. Diese Länge ist der sogenannte Schwarzschild-Radius des Sterns. Er ist proportional zur Masse und enthält ansonsten noch die Naturkonstanten G und c. Wenn man den Schwarzschild-Radius kennt, kann man daraus die Masse in Kilogramm ausrechnen. Dies ist also eine Länge, die man als Maß für die Masse verwenden kann.

Aufgabe 7
Wie groß sind die Schwarzschild-Radien der Sonne, eines Neutronensterns mit 1,4 Sonnenmassen, der Erde? ($G = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\mathrm{m}^3/(\mathrm{kg\,s}^2)$, $c = 300\,000$ km/s, Sonnenmasse $2 \cdot 10^{30}$ kg, Erdmasse $6 \cdot 10^{24}$ kg)

Die gravitative Lichtablenkung an einem Stern ist dann groß, wenn viel Masse auf kleinem Raum konzentriert ist, d. h. wenn der Stern kompakt ist. Die stärkste Ablenkung erfährt ein Strahl, der gerade streifend an dem Stern vorbeikommt. Wie groß diese maximale Ablenkung ist, hängt vom Verhältnis zwischen dem Radius und der Masse des Sterns ab. Dieses wird meist als Verhältnis Radius zu Schwarzschild-Radius r/r_S angegeben. Bei einem typischen Neutronenstern liegt r/r_S bei 2,4.

Aufgabe 8
Auf welche Größe müsste man die Erde komprimieren, damit ein streifend einfallender Lichtstrahl genauso stark abgelenkt wird wie an einem Neutronenstern?

Mehr zum Thema Lichtablenkung an kompakten Objekten:

Literatur

[1] U. Kraus: *Reiseziel: Schwarzes Loch*, Sterne und Weltraum, Nov. 2005, S. 46 – 50

[2] U. Kraus: Didaktisches Material zu *Reiseziel: Schwarzes Loch*, Nov. 2005, http://www.wissenschaft-schulen.de

3 Lösungen der Aufgaben

Aufgabe 1

Wir interpretieren die Phase mit der niedrigen Röntgenintensität als Verdeckung der Röntgenquelle durch ihren Begleitstern. In dieser Phase ist der Röntgenstern also von uns aus gesehen hinten. Wenn er sich in die Bedeckung hineinbewegt (Röntgenintensität sinkt), dann bewegt er sich „nach hinten“, also von uns weg, so dass die Periode länger erscheint als es ohne Bewegung der Fall wäre. Umgekehrt kommt der Röntgenstern am Ende der Bedeckung, wenn die Röntgenintensität wieder steigt, auf uns zu, so dass die Periode verkürzt erscheint. In der Mitte der Phase mit hoher Röntgenintensität ist der Neutronenstern von uns aus gesehen vorne und bewegt sich gerade quer zur Sichtlinie. Dann tritt kein Doppler-Effekt auf und wir empfangen die Pulse mit der mittleren Pulsperiode.

Aufgabe 2

Die maximale beobachtete Pulsperiode ist $\tau_{\max} = \tau_0(1+v/c)$ (nach Gleichung (1)). Sie tritt auf, wenn sich die Röntgenquelle mit der Geschwindigkeit v genau von uns weg bewegt. Diese maximale Periode ist um $\Delta\tau = \tau_{\max} - \tau_0 = \tau_0 v/c$ größer als die mittlere Periode. Aus den beobachteten Werten $\Delta\tau = 0{,}0067$ Sekunden und $\tau_0 = 4{,}8$ Sekunden folgt, dass $v/c = 0{,}0014$ sein muss. Die Röntgenquelle bewegt sich also mit etwa 1,5 Promille der Lichtgeschwindigkeit. Mit $c = 300\,000$ km/s sind das $v = 417$ km/s.
Die Röntgenquelle braucht die Zeit P für einen kompletten Umlauf. Mit der oben bestimmten Geschwindigkeit legt sie in der Zeit P die Strecke $s = Pv$ zurück. Wenn das ein kompletter Umlauf ist, muss $s = 2\pi r$ sein, wobei r der gesuchte Radius der Kreisbahn ist. Also: $r = Pv/(2\pi)$. Aus dem beobachteten Wert $P = 2{,}1$ Tage $= 180\,000$ Sekunden und der oben bestimmten Geschwindigkeit ergibt sich $r = 12$ Millionen Kilometer.

Aufgabe 3

In der Zeit P legt der Begleitstern die Strecke Pv zurück, wenn v seine Bahngeschwindigkeit ist. Soll diese Strecke gerade ein Umlauf sein, so gilt für den gesuchten Radius r der Kreisbahn: $2\pi r = Pv$, also $r = Pv/(2\pi)$. Mit den beobachteten Werten $P = 2{,}1$ Tage $= 180\,000$ Sekunden und $v = 24$ km/s erhält man $r = 690\,000$ Kilometer. Der Begleitstern ist wesentlich langsamer als die Röntgenquelle und läuft dementsprechend auf einem viel kleineren Kreis um.

Aufgabe 4

Das Verhältnis der Massen $q = m/M$ ist nach Gleichung (2) für die Lage des Schwerpunkts durch die Abstände r und R gegeben: $q = m/M = R/r$. Mit $r = 12$ Millionen Kilometer (Aufgabe 2) und $R = 690\,000$ km (Aufgabe 3) ist $q = 0.058 = 1/17$. Der Begleiter hat also etwa 17mal so viel Masse wie der Röntgenstern.

Aufgabe 5

Die Röntgenquelle bewegt sich unter dem Einfluss der Anziehungskraft ihres Begleitsterns gemäß

$$\frac{GmM}{D^2} = \frac{mv^2}{r}. \tag{6}$$

Man kann m herauskürzen und nach M freistellen:

$$M = \frac{v^2}{r}\frac{D^2}{G}. \tag{7}$$

Mit $v = 417$ km/s (Aufgabe 2), $D = R + r$, $r = 12$ Millionen Kilometer (Aufgabe 2) und $R = 690\,000$ km (Aufgabe 3) ergibt das

$$M = 34{,}8 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg} = 17{,}4\,M_\odot. \tag{8}$$

Die Masse des Röntgensterns ist etwa 17mal kleiner (Aufgabe 4):

$$m = M_\odot. \tag{9}$$

Die Röntgenquelle hat also etwa dieselbe Masse wie die Sonne, der Begleitstern ist deutlich massereicher.

Aufgabe 6

Die mittlere Dichte eines Neutronensterns mit den angegebenen Parametern beträgt 670 Millionen Tonnen pro Kubikzentimeter.

Aufgabe 7

Sonne: $r_\mathrm{S} = 3$ km, Neutronenstern: $r_\mathrm{S} = 4{,}2$ km, Erde: $r_\mathrm{S} = 9$ mm.

Aufgabe 8

Man müsste die Erde so weit komprimieren, dass ihr Radius das 2,4 fache ihres Schwarzschild-Radius beträgt. Sie hätte dann etwas mehr als 4 Zentimeter Durchmesser und wäre damit so groß wie eine kleine Tomate.