Gravitationswellen: Modelle und Experimente zu Signalformen, Wirkungen und Detektion

Ute Kraus und Corvin Zahn

27.3.2021

Gravitationswellen wurden 1916 von Albert Einstein als Folgerung aus der Allgemeinen Relativitätstheorie beschrieben. Der erste direkte Nachweis gelang im Jahr 2015. Wir stellen in diesem Beitrag Modelle und Experimente vor, mit denen Schülerinnen und Schüler eine Vorstellung vom Wesen der Gravitationswellen entwickeln, einige Quellen kennenlernen und das Nachweisprinzip nachvollziehen können. Die Materialien wurden für das Schülerlabor *Raumzeitwerkstatt* der Universität Hildesheim entwickelt und werden dort mit Schulklassen der Stufen 9 bis 13 eingesetzt. Für die Verwendung im Unterricht stehen alle hier beschriebenen Materialien online zur Verfügung (Kraus und Zahn 2021).

Einleitung

Am 14. September 2015 traf ein Gravitationswellensignal auf die Erde, das rund 1,4 Milliarden Jahre zuvor bei der Verschmelzung zweier Schwarzer Löcher entstanden war. Die beiden LIGO-Detektoren in den USA, die nach einer rund fünfjährigen Umbauphase am 12. September 2015 mit gesteigerter Empfindlichkeit den Beobachtungsbetrieb wieder aufgenommen hatten, registrierten das Signal. Es war der erste direkte Nachweis einer Gravitationswelle; er erfolgte rund hundert Jahre nach der theoretischen Vorhersage aus der Allgemeinen Relativitätstheorie.

Dieser erste direkte Nachweis (Abbott et al., 2016) markiert das Ende einer fast 60-jährigen Phase der Entwicklung von Gravitationswellendetektoren mit einer fortlaufenden Steigerung der Empfindlichkeit bis an einen Punkt, der die erste Detektion ermöglichte. Er markiert gleichzeitig den Anfang der Gravitationswellenastronomie, die mit der Untersuchung einer neuen Strahlungsart einen neuen Blick auf das Universum ermöglicht.

In diesem Beitrag beschreiben wir Gravitationswellen, einige ihrer Quellen sowie das Prinzip der Detektion. Wir stellen zu diesen Themen Modelle und Experimente vor, die für das Schülerlabor *Raumzeitwerkstatt* der Universität Hildesheim entwickelt wurden

und dort mit Schulklassen der Stufen 9 bis 13 eingesetzt werden. Das Phänomen wird von drei Seiten beleuchtet: Was für Signale erwartet man und von welchen Quellen? Wie wirkt sich eine Gravitationswelle aus? Mit welcher Methode werden Gravitationswellen gemessen?

Quellen und Signalformen

In den vier Jahren zwischen der ersten Detektion im September 2015 und dem Ende des O3a genannten Beobachtungszeitraums am 1.10.2019 wurden 50 Gravitationswellensignale detektiert (Katalog GWTC-2, 2020), der anschließende Beobachtungszeitraum O3b (bis März 2020) lieferte weitere 23 Kandidaten. Alle beobachteten Signale stammen von verschmelzenden Binärsystemen, deren Komponenten Schwarze Löcher oder Neutronensterne sind. In der überwiegenden Mehrzahl der Fälle handelt es sich um die Verschmelzung zweier Schwarzer Löcher, in einem oder zwei Fällen um Neutronensterne und in einem Fall möglicherweise um ein System aus einem Schwarzen Loch und einem Neutronenstern. Einige wichtige Erkenntnisse seien hier beispielhaft angeführt: Es wurden Massen und Eigendrehimpulse von Schwarzen Löchern bestimmt; die größte beobachtete Masse (nach der Verschmelzung) beträgt fast 150 Sonnenmassen. Verschmelzende Neutronensterne sind die Ursache der schon seit längerem beobachteten Gammastrahlenausbrüche vom Typ „kurzer Gamma-ray Burst“. Sie tragen wesentlich zur Bildung der schwereren Elemente bei (ein Beispiel ist das Element Gold).
Die Beobachtungen liefern auch weitere Bestätigungen der Allgemeinen Relativitätstheorie. So kam ein mit einem Gammastrahlenausbruch verbundenes Gravitationswellensignal fast gleichzeitig (innerhalb weniger Sekunden) mit der Gammastrahlung auf der Erde an. Die Signale waren in diesem Fall 130 Millionen Jahre unterwegs. Beide Signale müssen also mit extrem hoher Genauigkeit die gleiche Geschwindigkeit haben. Dies bestätigt, dass sich Gravitationswellen mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten.
Doppelsysteme sind nicht die einzigen Quellen von Gravitationswellen. Generell entstehen Gravitationswellen, wenn Massen sich beschleunigt bewegen und dabei eine gewisse Asymmetrie besteht. Dies ist bei Binärsystemen aufgrund der Bewegung der Komponenten umeinander der Fall. Zu den weiteren mögliche Quellen gehören Supernovae und rotierende Neutronensterne. Diese drei Quellen sollen im Folgenden mit den von ihnen erwarteten Signalformen vorgestellt werden.
Ein Doppelsystem ist aufgrund der Bewegung der Komponenten umeinander eine Quelle von Gravitationswellen. Als Folge des mit der Abstrahlung von Gravitationswellen verbundenen Energieverlusts nähern sich die Komponenten einander an und die Umlauffrequenz steigt. Um die Umlauffrequenz kurz vor dem Verschmelzen abzuschätzen, kann man die mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz berechnete Umlauffrequenz zweier gleicher Punktmassen M mit Abstand D heranziehen:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2GM}{D^3}}.$$

Hier ist G die Gravitationskonstante. Für den Moment, in dem sich die Sterne gerade berühren, so dass D zwei Neutronensternradien beträgt, erhält man mit $M = 1{,}4$ Son-

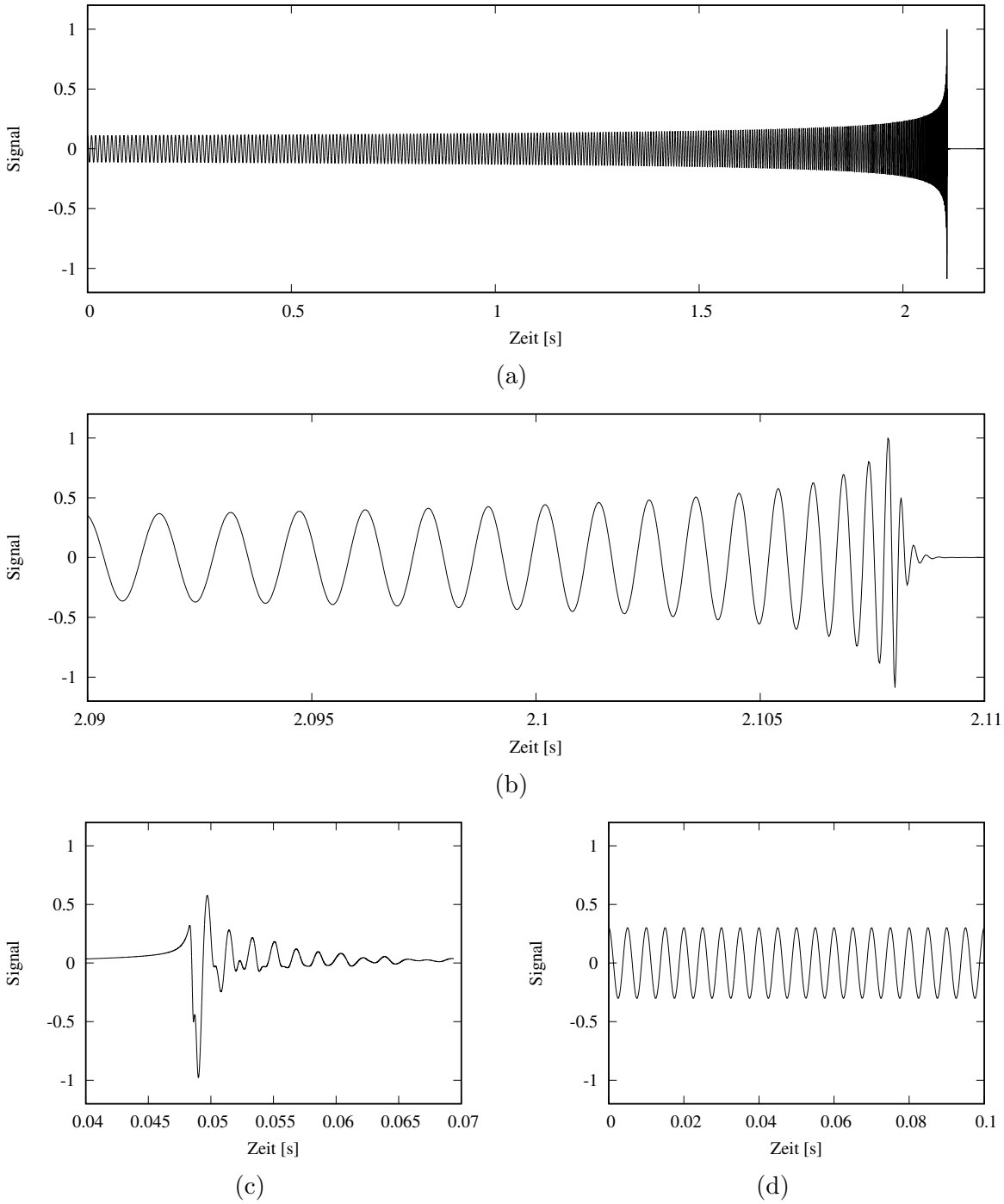


Abbildung 1: Typische erwartete Signalformen von verschiedenen Quellen: (a) verschmelzende Neutronensterne, (b) Detailausschnitt von (a), (c) Supernovae, (d) rotierende Neutronensterne. Die Daten in Teilbild (c) sind aus Dimmelmeier et al. (2002) entnommen. Die vertikale Achse zeigt die Signalstärke in relativen Einheiten.

Abbildung 2: Schüler arbeiten mit Karten, die Kurzbeschreibungen, Bilder und Signalformen verschiedener Quellen zeigen.

nenmassen und $D = 20$ km eine Umlauffrequenz von $f = 1,1$ kHz. Die abgestrahlten Gravitationswellen haben die doppelte Frequenz: Nach einem halben Umlauf haben die beiden Neutronensterne ihre Positionen gerade getauscht. Die zweite Hälfte des Umlaufs wiederholt das Bewegungsmuster der ersten Hälfte, entsprechend wiederholt sich das Gravitationswellensignal, und es gehören damit zu einer Umlaufperiode zwei Perioden des Signals. Die Amplitude der abgestrahlten Gravitationswelle steigt während der Annäherung der Sterne allmählich an und hat bei der Verschmelzung ein scharfes Maximum. Nach der Verschmelzung folgen einige wenige Schwingungen geringerer Amplitude, der sogenannte „ringdown“, also das „Abklingen“ (Abb. 1a, b). Die in Abb. 1a, b gezeigte Wellenform ist zusammengesetzt aus zwei Näherungslösungen für Zeiten vor und nach der Verschmelzung der Neutronensterne zu einem Schwarzen Loch (Maggiore 2008, Abbott et al. 2009). Das Signal in der Verschmelzungsphase kann nur durch numerische Simulationen erhalten werden. Dieser vergleichsweise kurze Abschnitt des Signals ist in Abb. 1 nicht realistisch wiedergegeben.

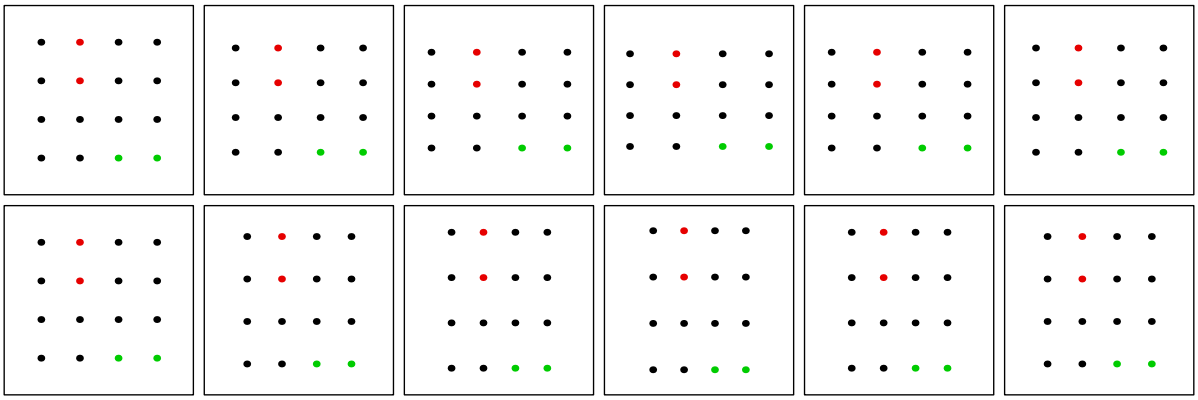
In einer Supernova entstehen Gravitationswellen beim Kollaps des Kerns zu einem Neutronenstern oder einem Schwarzen Loch. Voraussetzung ist, dass der Kollaps nicht kugelsymmetrisch verläuft. Es entsteht ein Signal mit einem abrupten Beginn und einem kurzen, hohen Maximum. Das in Abb. 1c dargestellte Signal ist das Resultat numerischer Simulationen (Dimmelmeier et al. 2002).

Damit ein rotierender Neutronenstern Gravitationswellen erzeugt, muss bezüglich der Rotationsachse eine Asymmetrie vorhanden sein. Ein möglicher Grund ist eine Deformation der Kruste. Es entsteht ein Gravitationswellensignal, dessen Frequenz das Doppelte der Rotationsfrequenz ist und das über lange Zeiten stabil ist (Abb. 1d, dargestellt

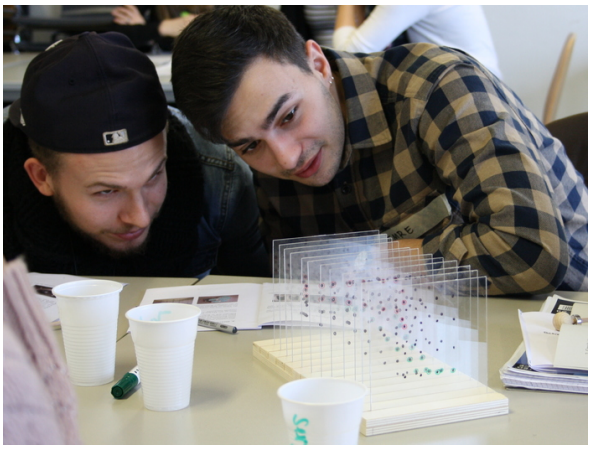
ist ein Signal mit einer Frequenz von 200 Hz). Der am schnellsten rotierende bekannte Neutronenstern hat eine Frequenz von rund 716 Hz.
Die Frequenzen der erwarteten Gravitationswellen liegen in vielen Fällen in dem Bereich zwischen 20 Hz und 20.000 Hz, in dem das menschliche Ohr Schallwellen wahrnehmen kann. Indem man eine Schallwelle mit der gegebenen Signalform generiert, kann man sich das Gravitationswellensignal anhören. Zu den Signalformen in Abb. 1 wurden Audiodateien erstellt. Eingesetzt wurde dabei das frei verfügbare Programm scilab.
Im Schülerlabor *Raumzeitwerkstatt* lernen Schülerinnen und Schüler die drei oben beschriebenen Arten von Quellen näher kennen. Auf drei Karten erhalten sie Kurzbeschreibungen der Quellen. Je drei weitere Karten zeigen Bilder aus Beobachtungen oder Simulationen sowie die Signalformen aus Abb. 1; drei Tondateien geben die Klänge wieder. Die Teilnehmerinnen und Teilnehmer setzen sich mit den Quellen und ihren Eigenschaften auseinander, indem sie Bilder, Signalformen und Klänge den richtigen Quellen zuordnen (Abb. 2).

Auswirkung einer Gravitationswelle

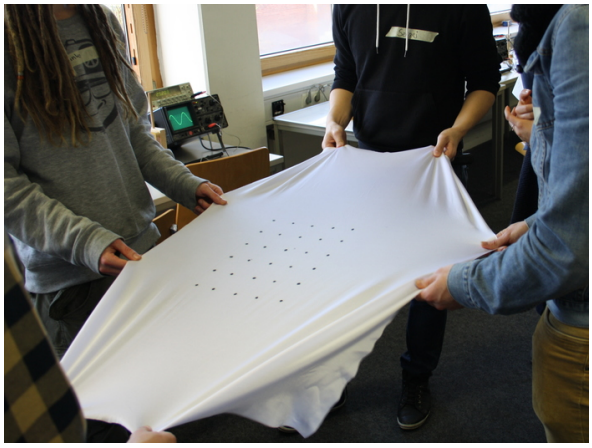
Gravitationswellen werden von beschleunigt bewegten Massen erzeugt, breiten sich aus und wirken sich weit entfernt von ihrer Quelle gravitativ aus. Es stellt sich die Frage, welche Auswirkung eine Gravitationswelle hat, woran also ihre Anwesenheit erkannt werden kann.
Eine elektromagnetische Welle macht sich dadurch bemerkbar, dass ein geladenes Teilchen eine Beschleunigung erfährt. Die Beschleunigung hängt vom Verhältnis von Ladung und Masse ab, ist also für unterschiedliche Teilchen verschieden.
Kann analog eine Gravitationswelle daran erkannt werden, dass ein massebehaftetes Teilchen eine Beschleunigung erfährt? Dies ist nicht der Fall und an dieser Stelle versagt die Analogie zu elektromagnetischen Wellen. Die gravitative Kraft F auf ein Teilchen mit Masse m bewirkt eine Beschleunigung $a = F/m$. Da die gravitative Kraft F proportional zu m ist, ist die Beschleunigung unabhängig von der Masse des Teilchens. Anders als im elektromagnetischen Fall erfahren in einem Gravitationsfeld alle am selben Ort befindlichen Teilchen dieselbe Beschleunigung. Unterschiede in der Gravitationsbeschleunigung treten erst auf, wenn Teilchen an verschiedenen Orten mit unterschiedlichem Gravitationsfeld verglichen werden. Diese Teilchen sind relativ zueinander beschleunigt. Man spricht auch von Gezeitenkräften, da die Gezeiten auf der Erde auf diese Weise durch das inhomogene Gravitationsfeld des Mondes zustandekommen. Eine sich zeitlich verändernde Gezeitenkraft ist das Merkmal einer Gravitationswelle. Eine Gravitationswelle nachzuweisen, heißt also Gezeitenkräfte nachzuweisen.
Die obige Überlegung zu Beschleunigungen im Gravitationsfeld bewegt sich im Rahmen der Newtonschen Gravitationstheorie. Die Aussage, dass die Beschleunigung im Schwerefeld unabhängig von der Masse eines Teilchens ist, sowie die Folgerung, dass Relativbeschleunigungen erst durch Gezeitenkräfte zustandekommen, gelten ebenso in der Allgemeinen Relativitätstheorie, so dass die Überlegung auch in diesem Rahmen gültig ist.



(a)



(b)



(c)

Abbildung 3: Modelle zur Illustration der Auswirkung einer ebenen monochromatischen Gravitationswelle auf freie Teilchen. Freie Teilchen sind in einem quadratischen Gitter angeordnet (a, 1. Teilbild); eine Gravitationswelle breitet sich senkrecht zur Gitterebene über die Teilchen hinweg aus und die Teilchenabstände ändern sich (a, von links nach rechts, in Abständen von 1/12 Periode, man vergleiche das 1., 4. und 10. Teilbild). Im Anschauungsmodell (b) sind die in (a) gezeigten Teilchenanordnungen auf transparenten Acrylglasplatten dargestellt. Der zeitliche Verlauf der Teilchenanordnung kann mit Hilfe eines elastischen Tuchs nachgestellt werden, wie in (c) zu sehen.

Im Folgenden stellen wir zwei Modelle vor, welche die mit einer Gravitationswelle verbundene Gezeitenwirkung illustrieren. Wir stellen uns ein System aus 16 ruhenden Teilchen vor, frei schwebend im All. Die Teilchen sind in einem quadratischen Gitter angeordnet. Nun soll sich eine Gravitationswelle über die Teilchen hinweg ausbreiten. Die Ausbreitungsrichtung steht in diesem Beispiel senkrecht auf der Ebene des Teilchengitters. Weit entfernt von der Quelle ist ein Ausschnitt einer Wellenfront praktisch eben, wir betrachten deshalb eine ebene Welle. Die Welle soll außerdem monochromatisch sein. Abb. 3a zeigt, wie sich als Wirkung der Gravitationswelle die Abstände der Teilchen relativ zueinander ändern. Die zwölf Teilbilder zeigen die Teilchenanordnungen während einer Wellenperiode in Zeitschritten von 1/12 Periode. Die Teilchen verbleiben dabei stets in der Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung: Gravitationswellen sind Transversalwellen.

Diese Wirkung der Gravitationswelle illustriert das Acrylmodell von Abb. 3b. Die Teilchenanordnungen von Abb. 3a sind auf transparenten Acrylglasplatten dargestellt, die aufgereiht in einem Holzständer stehen. Beim Blick durch die aufgereihten Platten erkennt man deutlich das resultierende Muster. Die Abstandsänderungen sind in horizontaler und vertikaler Richtung gegenläufig: Wenn die Abstände zwischen den Teilchen in einer Raumrichtung größer werden, dann nehmen sie in der dazu senkrechten Raumrichtung ab. Im Modell haben die Punkte in der symmetrischen Anordnung vertikal und horizontal jeweils $d_0 = 2$ cm Abstand. Im Laufe einer Periode variiert der Abstand zwischen 1,6 cm und 2,4 cm gemäß

$$d_x = d_0(1 + a\sin(2\pi f t)), \qquad d_y = d_0(1 - a\sin(2\pi f t))$$

mit $a = 0{,}2$. Farbliche Markierungen verdeutlichen das gegenläufige Muster zusätzlich. Dazu sind zwei nebeneinander liegende Punkte auf allen Platten grün markiert, zwei übereinander liegende rot.

Die Amplitude der Gravitationswelle ist über die Abstandsänderungen definiert, welche die Welle bewirkt: Wenn ein Abstand die Länge l hat und die Welle ihn um maximal δl verändert, ist die Amplitude $h = 2\delta l/l$ Für das Acrylmodell ist die Amplitude $2\delta l/l = 2d_0 a/d_0 = 0{,}4$. Dies dient der Veranschaulichung, doch tatsächlich erwartete Amplituden sind um viele Größenordnungen kleiner. Die Maximalamplitude des im September 2015 nachgewiesenen, bisher stärksten Signals beträgt 10^{-21} (Abbott et al. 2016).

Eine weitere Veranschaulichung nutzt ein elastisches Tuch, auf dem ebenfalls 16 Punkte in einem quadratischen Gitter markiert sind. Schülerinnen und Schüler werden nach dem Betrachten des Acrylmodells aufgefordert, den erkannten zeitlichen Ablauf mit dem Tuch nachzubilden (Abb. 3c). Um die Abstände so zu variieren, wie es im Acrylmodell gezeigt wurde, müssen vier Personen das Tuch an je einer Seite packen und es abwechselnd in die eine und die andere Richtung dehnen.

Beide Modelle lassen sich auf einfache Weise nachbauen. Für das Acrylmodell wurden 1,5 mm starke Acrylglasplatten mit 12 cm Kantenlänge zugeschnitten; die Teilchenanordnungen wurden anhand von Vorlagen (Abb. 3a) auf den Platten markiert. Das elastische Tuch besteht aus einem Stoff, der üblicherweise für Badebekleidung verwendet wird und im Fachhandel erhältlich ist.

Nachweis von Gravitationswellen

Gravitationswellen bewirken Abstandsänderungen, und ihr Nachweis beruht darauf, dass diese Abstandsänderungen detektiert werden. Bei Gravitationswellendetektoren handelt es sich um Laserinterferometer nach Art eines Michelson-Interferometers, welche winzige Änderungen in ihren Armlängen nachweisen. Die Interferometer werden so betrieben, dass sie zunächst nahezu auf Auslöschung eingestellt sind. Eine Abstandsänderung zwischen den Spiegeln an den beiden Enden eines Arms bewirkt dann eine Helligkeitsänderung. Der Nachweis ist deshalb so schwierig, weil die Abstandsänderungen extrem klein sind. Beispielsweise änderte die erste detektierte Gravitationswelle den Abstand der Spiegel in den LIGO-Detektoren um einen tausendstel Protondurchmesser (die Gravitationswellenamplitude von 10^{-21} bewirkt bei einem Spiegelabstand von 4000 m eine Änderung von $2 \cdot 10^{-18}$ m; der Protondurchmesser beträgt rund $1{,}7 \cdot 10^{-15}$ m).
Um das Nachweisprinzip zu erklären, setzen wir ein Michelson-Interferometer mit Ultraschall ein. Dieses Analogieexperiment zeigt das Messprinzip und arbeitet dabei mit Längenänderungen im Zentimeterbereich. Bei einer Ultraschallfrequenz von 25 kHz, was einer Wellenlänge von 1,4 cm entspricht, ist es manuell leicht möglich, einen Spiegel um einen Teil einer Wellenlänge zu verschieben.
Das Interferometer wird wie in Abb. 4 gezeigt aufgebaut: Ein Ultraschallsender wird an einen Frequenzgenerator angeschlossen. Ein halbdurchlässiger Spiegel, hier durch eine Plastikfolie realisiert, spaltet den Strahl in zwei Teilstrahlen auf, die je einen Arm des Interferometers durchlaufen und am Ende an einem Spiegel, hier einer Holzfläche, reflektiert werden. Die beiden Strahlen werden beim Empfänger zur Interferenz gebracht; das detektierte Signal wird auf dem Oszilloskop angezeigt. Schülerinnen und Schüler stellen das Messprinzip nach, indem sie zunächst die Armlängen so wählen, dass beim Empfänger möglichst weitgehende Auslöschung eintritt. Eine Änderung einer Armlänge bewirkt dann ein Signal. Durch Verschieben beider Endspiegel kann man auch die gegenläufige Änderung der Armlängen entsprechend dem in Abb. 3 gezeigten Muster nachstellen.
Die einzelnen Komponenten des Ultraschallexperiments wurden aus leicht verfügbaren Materialien gebaut. Die Ultraschallsender und -empfänger (Ultraschall-Transducer RD25K2, 25 kHz) sind auf Holzständern befestigt, die jeweils einen Magneten im Fuß haben und damit auf einer Magnettafel positioniert werden. Die Spiegel an den Enden der beiden Interferometerarme sind aus Holzbrettchen gebaut. Für den halbdurchlässigen Spiegel wurden verschiedene Materialien ausprobiert und letztlich ein Stück Plastikfolie aus einem „gelben Sack“ verwendet, der die Ultraschallwellen recht gut jeweils zu 50% reflektiert und durchlässt. Damit die Plastikfolie bei kleinen Luftbewegungen nicht wackelt, ist sie in einem Stickrahmen straff eingespannt; dieser ist in einem Holzständer befestigt.
In mehreren Ländern werden Gravitationswellendetektoren betrieben oder gebaut; zusammen bilden sie ein weltweites Netzwerk. Die beiden LIGO-Detektoren in USA, mit denen der erste direkte Nachweis gelang, sind Interferometer mit Armlängen von 4 km. Der in Italien gelegene Detektor Virgo (3 km Armlänge) ist ebenfalls an Beobachtungsläufen beteiligt; KAGRA, ein unterirdisch gebautes Instrument in Japan mit eben-

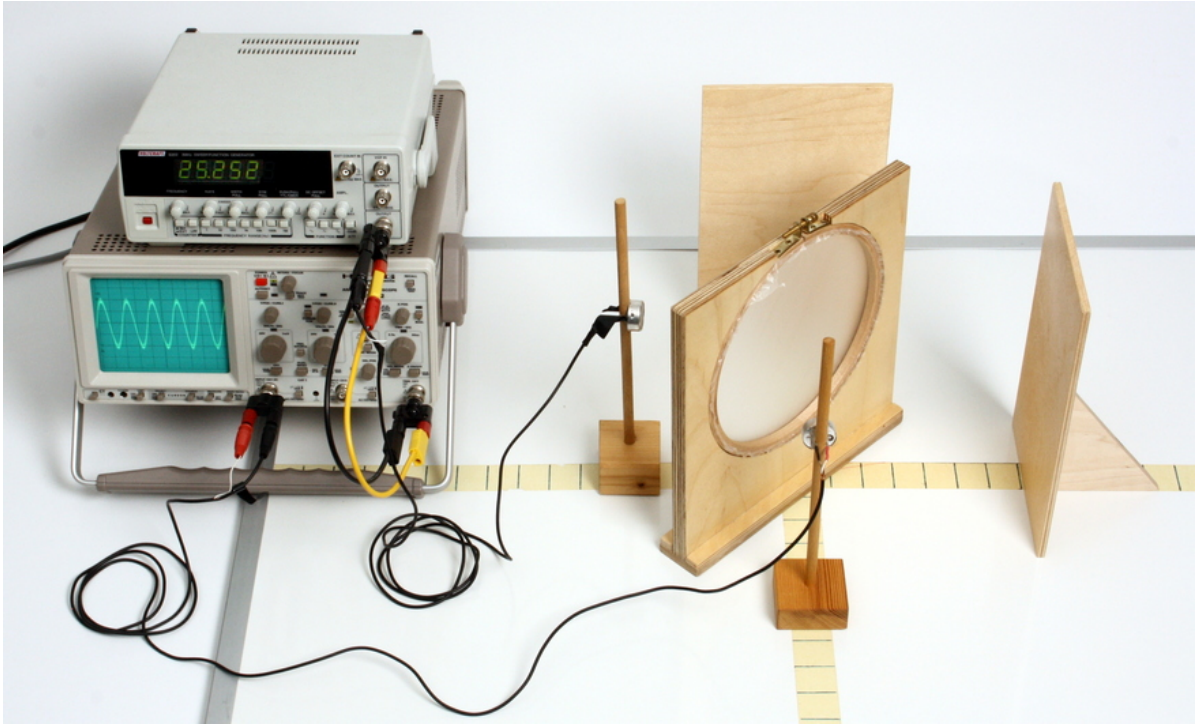


Abbildung 4: Ein Michelson-Interferometer mit Ultraschall.

falls 3 km Armlänge, das auf tiefe Temperaturen gekühlte Spiegel verwendet, soll bei der nächsten Beobachtungsphase dazustoßen. In Deutschland befindet sich bei Hannover der deutsch-britische Detektor GEO600, ein Interferometer mit 600 m Armlänge, das neben Beobachtungen vor allem der Entwicklung neuer Technologien dient. GEO600 kann (nach Terminabsprache) mit Schülergruppen besichtigt werden.
Da Gravitationswellensignale extrem schwach sind, werden sie stets von wesentlich größeren Störsignalen überlagert. Alles, was Abstandsänderungen der Spiegel verursacht, erzeugt Störsignale. Dazu gehören Bewegungen des Untergrunds wie beispielsweise das durch Verkehr verursachte leichte Beben der Erde. Um solche seismischen Störungen zu verringern, werden die Spiegel so an Systemen gekoppelter Pendel aufgehängt, dass sie möglichst weitgehend vom Untergrund entkoppelt sind. Weitere Störquellen sind thermische Bewegungen sowie quantenmechanisches Rauschen, beispielsweise im Strahlungsdruck bei der Bestrahlung der Spiegel mit Laserlicht.
Die Simulation „Black Hole Hunter“, erstellt an der Cardiff University, veranschaulicht die Herausforderung, ein Gravitationswellensignal im Rauschen zu erkennen. Das Spiel in Form eines Quiz ist unter https://blackholehunter.org/ online zugänglich, kann im Browser gespielt werden und steht auch in einer deutschen Version zur Verfügung.
Die Gravitationswellenastronomie steht erst am Anfang. Die Empfindlichkeit der Detektoren wird fortlaufend verbessert und weitere Gravitationswellendetektoren sind im Bau bzw. in der Planung. So bestehen in Europa Planungen für das Einstein-Teleskop, ein Interferometer mit 10 km Armlänge, das ab 2035 eingesetzt werden soll (siehe www.et-gw.eu). Weitere spannende Ergebnisse sind also zu erwarten und es lohnt sich,

Schülerinnen und Schülern die Gelegenheit zu geben, sich mit diesen Themen zu beschäftigen.

Literatur

B. Abbott et al., 2009, Search for gravitational wave ringdowns from perturbed black holes in LIGO S4 data, Phys. Rev. D **80**, 062001

B. Abbott et al., 2016, Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger, Physical Review Letters **116**, 061102
`https://www.ligo.caltech.edu/page/detection-companion-papers`

H. Dimmelmeier et al., 2002, Gravitational wave signal data (signal_A1B3G3_N.dat) von
`http://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/rel_hydro/axi_core_collapse/index.shtml`

U. Kraus, C. Zahn, 2021, Online-Ressourcen zu diesem Beitrag
`http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de/gwave21`

LIGO Scientific Collaboration, 2020, Gravitational-Wave Transient Catalog 2 (GWTC-2),
`https://www.ligo.org/science/Publication-O3aCatalog/index.php`

M. Maggiore, 2008, Gravitational Waves, Vol. 1: Theory and Experiments, Oxford University Press

Andrea Bicker und *Wendy Gerlach* haben die vorgestellten Modelle erstellt und im Schülerlabor *Raumzeitwerkstatt* an der Universität Hildesheim erprobt.

Anschrift der Autoren:

Ute Kraus, Corvin Zahn
Institut für Physik, Universität Hildesheim
Universitätsplatz 1, 31141 Hildesheim