

Wir basteln ein Schwarzes Loch

Ein Workshop zur Allgemeinen Relativitätstheorie

Mit den Bastelbögen „Wir basteln ein Schwarzes Loch“ kann der Begriff des *gekrümmten Raums* auf Schulniveau eingeführt werden. Wir beschreiben, wie eine solcher Workshop ablaufen kann und berichten von eigenen Erfahrungen.

1 Zielsetzung: der „gekrümmte Raum“

Das **Newtonsche Gravitationsgesetz** beschreibt Gravitation als anziehende Kraft:

Massen ziehen einander an.

Die **Einsteinsche Gravitationstheorie** (die Allgemeine Relativitätstheorie) beschreibt Gravitation als gekrümmte Raum-Zeit:

Die Masse sagt der Raum-Zeit, wie sie sich krümmen soll,
die gekrümmte Raum-Zeit sagt der Masse, wie sie sich bewegen soll.

Die gekrümmte Raum-Zeit ist ein grundlegendes Konzept der modernen Physik. Sie ist nicht leicht zu beschreiben, weil sie unserer Alltagserfahrung nicht zugänglich ist.

In diesem Projekt beschäftigen wir uns zunächst mit dem gekrümmten Raum. Ziel ist es, eine geometrisch-anschauliche Vorstellung von einem gekrümmten Raum in drei Dimensionen zu vermitteln. Dafür haben wir Bastelbögen für ein Pappmodell eines gekrümmten Raums entwickelt.

2 Adressatenkreis

Unsere Workshops wurden zunächst mit Schülerinnen und Schülern der Oberstufe durchgeführt. Mit der Teilnahme von interessierten Neunt- und Zehntklässlern haben wir ebenfalls gute Erfahrungen gemacht.

3 Das Material

Das Pappmodell gibt die geometrischen Eigenschaften des gekrümmten Raums wieder. Es handelt sich nicht um eine Analogie oder eine nur qualitativ richtige Veranschaulichung, sondern um ein maßstäblich korrektes Modell, das numerisch berechnet wurde.

Zu den Bastelbögen gehört ein Heft mit ausführlichen Erklärungen [1]. Dieses Heft richtet sich in erster Linie an Leser/innen, die das Thema allein angehen wollen. Die Erläuterungen sind in eine kleine Geschichte eingebettet, damit sie die Form einer Diskussion annehmen können: Die handelnden Personen werfen die Fragen auf, welche die Bastler/innen vielleicht nur zum Teil selber formulieren würden. Da im Unterricht die Diskussion direkt geführt werden kann,

ist die Rahmengeschichte hier entbehrlich. Das Heft enthält außerdem zwei Abschnitte über Astrophysik. Sie sind zum Verständnis des gekrümmten Raums nicht notwendig, aber wir haben festgestellt, dass man damit deutlich mehr Interesse wecken kann als mit dem abstrakten geometrischen Problem allein.



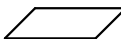

Dieses Material haben wir mit vielen erwachsenen Testleser/innen diskutiert sowie in Workshops mit Schülerinnen und Schülern erprobt.

Für Lehrerinnen und Lehrer haben wir das Modell in einem Aufsatz in der Zeitschrift Praxis der Naturwissenschaften Physik beschrieben, der auch Online verfügbar ist [2]. Ebenfalls Online ist ein Vortrag, der das Konzept hinter diesem Zugang näher erläutert [3].

Im folgenden gehen wir davon aus, dass Sie das zu den Bastelbögen gehörige Heft zur Hand haben oder sogar gelesen haben. Idealerweise haben Sie die Modelle bereits selber gebastelt. Wir schildern den möglichen Ablauf eines Workshops und einige Erfahrungen aus Einzelgesprächen und Unterricht.

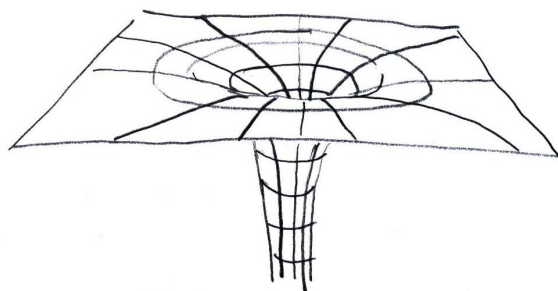
4 Einleitung

Was soll man sich unter einem gekrümmten Raum vorstellen? Ein gängiger Erklärungsversuch ist der folgende:

Eine Linie kann gerade  sein oder krumm , eine Fläche eben  oder gekrümmt , beim Raum ist es genauso, nur noch eine Dimension höher.

Es wird also dazu aufgefordert, unsere Vorstellung der Begriffe gekrümmt und ungekrümmt von zwei Dimensionen auf drei Dimensionen zu übertragen. Ist dieser Schritt möglich? Wir meinen, nein. Der Grund ist, dass unser räumliches Vorstellungsvermögen auf drei Dimensionen beschränkt ist. Wir können uns also vorstellen, wie sich eine Fläche in die dritte Dimension krümmt. Aber wir können eben nicht vorstellen, wie sich ein Raum in die vierte oder eine höhere Dimension krümmt.

Ein anderer gängiger Erklärungsversuch verwendet sogenannte Einbettungsdiagramme. Ein Schwarzes Loch beispielsweise wird meistens so dargestellt wie im Bild rechts. In Gesprächen haben wir festgestellt, dass sehr viele Leute diese trichterförmig gekrümmte Fläche kennen. Manche betrachten sie lediglich als Symbol für ein Schwarzes Loch und haben keine Erklärung für die Trichterform.



Andere stellen sich vor, dass ein Schwarzes Loch aus der Nähe tatsächlich wie ein Trichter aussieht, in den man auch hineinfallen kann („Auf dem Bild ist ja ein Loch zu sehen, und es heißt schließlich Schwarzes Loch“). Sie stoßen dann aber auf den Widerspruch, dass sie sich ein Schwarzes Loch eigentlich kugelsymmetrisch vorstellen. Tatsächlich handelt es sich beim Trichtermodell um eine Darstellung der inneren Geometrie einer Äquatorebene des Schwarzen Lochs. Wegen der Kugelsymmetrie eines (nichtrotierenden) Schwarzen Lochs beschreibt das Trichtermodell den gekrümmten Raum sogar vollständig. Diese Darstellung ist allerdings sehr abstrakt und ist nicht leicht in eine anschauliche dreidimensionale Vorstellung umzusetzen.

Mit unseren Bastelbögen möchten wir einen anderen Zugang zu gekrümmten Räumen vorschlagen. Im ersten Schritt bauen wir je ein dreidimensionales Pappmodell eines ungekrümmten Raums (weit weg von Massen) und eines gekrümmten Raums (in unmittelbarer Nähe eines Schwarzen Lochs). Die beiden werden verglichen, wobei das Pappmodell des gekrümmten Raums zunächst unverständlich erscheint. Mit dem „gesunden Menschenverstand“ betrachtet, erscheint es in sich widersprüchlich.

Der zweite Schritt soll das Modell des gekrümmten Raums verständlich machen. Dabei akzeptieren wir, dass wir uns nur drei Dimensionen vorstellen können. Um besser zu verstehen, was das bedeutet, versetzen wir uns in die Situation eines „Flächenwesens“, d. h. eines Wesens, das in zwei Dimensionen lebt und sich auch nur zwei Dimensionen vorstellen kann. Vom Standpunkt des Flächenwesens aus wiederholen wir Schritt 1, indem wir zweidimensionale Pappmodelle einer gekrümmten und einer ungekrümmten Fläche vergleichen. Dabei wird deutlich, wie es zu den in Schritt 1 gefundenen Widersprüchen kommt und dass diese nur scheinbar sind.

Als Ergebnis der Überlegungen erwarten wir, dass eine qualitative Vorstellung des Begriffs „gekrümmter Raum“ erworben wird, so dass beispielsweise die Frage *Wie können wir feststellen, ob wir uns in einem gekrümmten oder in einem ungekrümmten Raum befinden?* beantwortet werden kann.

5 Die Modelle

5.1 Ungekrümmter Raum

Aus den Bastelbögen „Puzzle 1“ werden neun Pappkörperchen gebaut. Würde man jedes der Pappkörperchen in 24 Exemplaren bauen, dann könnte man die insgesamt 216 Bauteile zu einer Kugel zusammenfügen, die in der Mitte einen kleinen Hohlraum hat. Da 216 Bauteile nur die zähesten Modellbauer wirklich erfreuen würde, ist Puzzle 1 nur ein kleiner Ausschnitt der Kugel.

Ziel: Die neun Bauteile von Puzzle 1 zu einem „Schnitz“ zusammenpuzzeln und sich dann klarmachen, dass aus 24 solchen Schnitzen eine Kugel gebaut werden kann.

Tipps: Es ist sinnvoll, das Basteln und Puzzeln in kleinen Gruppen durchzuführen, da eine einzelne Person recht lange brauchen würde. Wenn z. B. sechs Gruppen je einen „Schnitz“ bauen, kann man die sechs Schnitze zu einer Viertelkugel zusammensetzen, so dass das Bauprinzip klar wird. (Damit die Viertelkugel nicht zusammenfällt, braucht man eine Stütze, die ihren inneren Hohlraum ausfüllt. Ein zusätzlicher Bastelbogen für eine solche Stütze befindet sich im Anhang.)

5.2 Gekrümmter Raum

Wir betrachten nun den Fall, dass der Hohlraum der Kugel nicht leer ist, sondern ein Schwarzes Loch enthält. Der Raum ist dann gekrümmt. Er wird nach dem oben erkannten Schema in Bauteile zerlegt. Wegen der Raumkrümmung sehen die Teile aber anders aus als in Puzzle 1. Sie werden aus den Bastelbögen „Puzzle 2“ gebastelt.

Ziel: Die neun Bauteile von Puzzle 2 zu einem „Schnitz“ zusammenpuzzeln. Mit Puzzle 1 vergleichen. Dabei soll zur Sprache kommen: (i) 24 solche Schnitze lassen sich nicht lückenlos zu einer Kugel zusammenfügen, (ii) jedes Bauteil hat ein größeres Volumen als das entsprechende Bauteil von Puzzle 1, (iii) die gelben Außenflächen sind bei den Bauteilen beider Puzzles gleich. Aus (ii) und (iii) muss man schließen, dass die Kugel von Puzzle 2 dieselbe Oberfläche hat wie die von Puzzle 1, aber gleichzeitig ein größeres Volumen.

Hinweise: Die Bedeutung der Bauteile ist in Form einer Meßvorschrift im Heft S. 16-17 genau beschrieben. Für die Fragen, die beim Vergleich der beiden Puzzles auftauchen sollten, siehe S. 18-19.



Bild 1: Bastelbogen, Bauteile

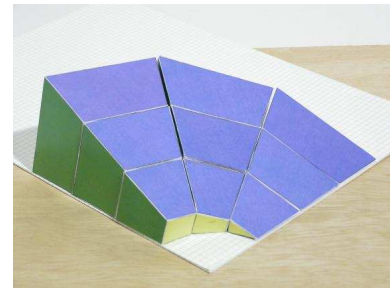


Bild 2: Schnitz, ungekrümmter Raum



Bild 3: Viertelkugel



Bild 4: Viertelkugel, andere Sicht

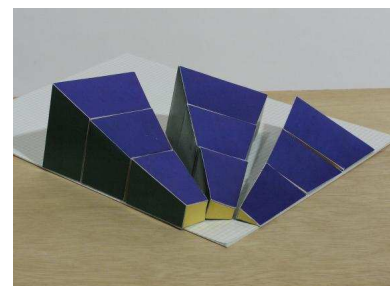


Bild 5: Schnitz, gekrümmter Raum

5.3 Flächen

Der Wechsel auf die Sichtweise eines Flächenwesens ist der gedanklich schwierigste Teil der Überlegung (Heft S. 20-21). Wenn die zweidimensionale Weltsicht akzeptiert ist, wird zunächst aus den Bastelbögen „Puzzle 3“ eine ebene Fläche ausgeschnitten und eine gekrümmte Fläche gebastelt. In Analogie zum Raum, der in Klötzchen zerlegt wird, kann man die beiden Flächen in Flächenstücke zerlegen. Die Flächenstücke, welche die gekrümmte Fläche ergeben, sind auf dem Bastelbogen „Puzzle 3“ zu finden. Die ebene Fläche kann man wahlweise in Flächenstücke zerschneiden oder sich die Aufteilung lediglich denken.

Ziel: Die Flächenstücke zur ebenen und zur gekrümmten Fläche werden auf dem Tisch zusammengepuzzelt. Es soll deutlich werden, dass aus der Sicht eines Flächenwesens genau dieselben Probleme (i) bis (iii) auftauchen, die sich uns beim Vergleich von Puzzle 1 und Puzzle 2 gestellt haben. Insbesondere haben beide Flächen den gleichen Umfang, aber die gekrümmte Fläche hat einen größeren Flächeninhalt.

Im Fall der Flächen ist uns als dreidimensional denkenden Raumwesen allerdings klar, dass hier keine Widersprüche vorliegen. Alle Beobachtungen sind notwendige Konsequenzen davon, dass die eine Fläche eben und die andere Fläche gekrümmt ist.

Fazit: Ein Flächenwesen kann sich die Krümmung in die dritte Dimension nicht vorstellen, aber es kann durch Messungen feststellen, ob eine Fläche gekrümmt ist, wie stark sie gekrümmt ist usw. Und auch wenn die Flächenstücke sich nicht lückenlos zusammenschieben lassen, kann man sie trotzdem als Landkarte der gekrümmten Fläche verwenden.

Dasselbe gilt für uns Raumwesen in Bezug auf gekrümmte Räume: Wir können sie vermessen und damit alles über ihre Krümmung herausfinden. Und wir können Puzzle 2 als dreidimensionale Raumkarte verwenden, um uns zurechtzufinden.

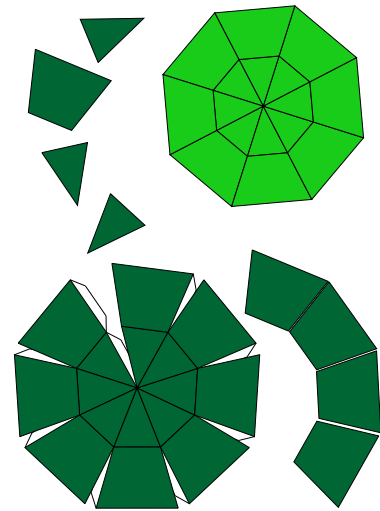


Bild 6: Flächen, Flächenstücke

6 Praktische Durchführung

Dieses Projekt wurde in mehreren Workshops mit Schülergruppen durchgeführt. Die Teilnehmer kamen meist aus der Oberstufe, zum Teil auch aus der Mittelstufe. Für einen Workshop sollten ca. drei Stunden zur Verfügung stehen.

Für das Basteln wurden meist Vierergruppen gebildet, von denen jede einen kompletten Satz Modelle baute. Die Gruppengröße ergab sich aus dem Wunsch mindestens drei, besser aber bis zu sechs Gruppen zu bilden, so dass insgesamt eine Achtel- oder sogar eine Viertelkugel gebaut wird. Größere Bastelgruppen von bis zu neun Personen (jede/r baut ein Klötzchen) sind möglich und sinnvoll, insbesondere wenn die Zeit für den Workshop knapp bemessen ist. Wichtig ist, dass die Gruppen gleich groß und auch etwa gleich schnell sind, so dass keine langen Wartezeiten am Ende der Bastelphasen entstehen.

Der typische Ablauf der Workshops war wie folgt:

- Begrüßung, Einführung ins Thema, Fragerunde (Schwarze Löcher, Gravitation, Relativitätstheorie, 30 Minuten)
- Puzzle 1 bauen (30 Minuten)
- Puzzle 1 besprechen, Überleitung zu Puzzle 2
- Puzzle 2 bauen (20 Minuten)
- Puzzle 2 besprechen, Fragen sammeln
- Standpunktwechsel: Sichtweise von Flächenwesen einnehmen
- Puzzle 3 bauen (10 Minuten)
- Puzzle 3 besprechen, Bezug zu den Fragen zu Puzzle 2 herstellen
- Abschluß und Ausblick (Zusammenfassung, Lichtablenkung als Folge der gekrümmten Raumzeit, Computersimulationen der Lichtablenkung an Schwarzen Löchern, Bilder des Hubble Space Teleskops von der Lichtablenkung an Galaxienhaufen, 30 Minuten)

7 Erfahrungen

Die Workshops stoßen durchwegs auf großes Interesse der beteiligten Schülerinnen und Schüler. Die Teilnehmer/innen sind über die gesamten drei Stunden aktiv und konzentriert dabei. Jedesmal wird deutlich, dass Schüler/innen für astrophysikalische Themen sehr empfänglich sind. Es werden stets viele Fragen über Schwarze Löcher gestellt und häufig auch weiterführende Fragen etwa zum Urknall oder zur Expansion des Weltalls.

Das Basteln macht den meisten sichtlich Spaß; am größten ist das Interesse i.a. bei Puzzle 2, wenn durch Basteln herausgefunden werden muss, wie sich nun die Raumkrümmung bemerkbar macht. Die Klötzchen werden allerdings nicht immer so sorgfältig gebaut, wie es eigentlich nötig wäre. Wenn man bei Puzzle 2 (gekrümmter Raum) zeigen möchte, dass sich selbst die Klötzchen eines Schnitzes nicht lückenlos zusammenfügen lassen, braucht man ein sehr exakt gefalztes und geklebtes Exemplar.

Manche Schüler/innen möchten die Klötzchen gerne fest zu einem Modell verkleben. Dafür sind Klebestreifen geeignet, die man einfach quer über die blauen Seiten der Schnitze führt (beim Entfernen wird allerdings die Farbschicht beschädigt). Für die Diskussion sind lose aufgestellte und fest verklebte Modelle im wesentlichen gleich gut; es kann aber hilfreich sein, wenn man je einen Schnitz von Puzzle 1 und Puzzle 2 unverklebt lässt, so dass die Klötzchen noch einzeln in die Hand genommen werden können.

Die Erklärungen mit den Flächenwesen werden gut angenommen. Zum Teil wurden spontan weiterführende Einsichten geäußert („Wenn das kleine Flächenwesen in seiner nächsten Umgebung die Krümmung nicht bemerkt, dann bemerken wir sie in einem gekrümmten Raum ja auch nicht direkt“). Das Verständnis kann man in einem zweiten Teil des Workshops vertiefen, indem man durch „Experimente“ an dem Klötzchenmodell Geometrie und Physik in der Nähe eines Schwarzen Lochs untersucht. Diese Untersuchungen können anhand von Arbeitsblättern in Gruppenarbeit gemacht werden. Sie zeigen, dass es viele Schüler/innen nach kurzer Diskussion schaffen, mit dem Klötzchenmodell korrekt zu argumentieren. Diese etwa einstündige Fortsetzung des Workshops umfasst die Themen der Abschnitte 3 und 4 in [2] und soll in einem eigenen Beitrag genauer beschrieben werden.

Mit einer größeren Anzahl von erwachsenen Testleser/innen haben wir in verschiedenen Stadien der Ausarbeitung ausführlich diskutiert. Wie zufrieden jemand mit unserem Zugang war, hing dabei auch damit zusammen, welche Vorstellungen von Verständnis und von Lernen er oder sie hat. Zunächst bestand allgemein die Erwartung, den gekrümmten Raum in bestehende Vorstellungen einzuordnen und mit Hilfe der alltäglichen geometrischen Anschauung verständlich zu finden. Es ist generell klar geworden, dass das nicht möglich ist und dass wir als dreidimensional denkende Wesen hier an die Grenzen unserer Vorstellungskraft stoßen. Manche reagierten auf diese Erkenntnis mit einer gewissen Enttäuschung („Ach so, also kann man das gar nicht verstehen“) und verloren gleichzeitig das Interesse daran, sich die Eigenschaften des gekrümmten Raums noch genauer anzusehen. Die meisten dagegen fanden es hochinteressant, dass Alltagserfahrung und Schulkenntnisse gar nicht so selbstverständlich richtig sind wie meist gedacht. Diese Einstellung war verbunden mit dem Bewußtsein, dass unsere Vorstellungen von der Welt Konstruktionen sind, die wir im Laufe der Zeit entwickelt haben und die weiterentwickelt werden können.

Literatur

- [1] *U. Kraus, C. Zahn*: „Wir basteln ein Schwarzes Loch“, Büchlein mit Bastelbögen, Bärenverlag Warmbronn, 2004
Bestellen: www.baerenverlag.de
Selberausdrucken: www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de
- [2] *U. Kraus, C. Zahn*: „Wir basteln ein Schwarzes Loch“ – Unterrichtsmaterialien zur Allgemeinen Relativitätstheorie, Praxis der Naturwissenschaften Physik, Heft 4/2005, S. 38-43.
Online-Version mit Begleitmaterial auf <http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de>
- [3] *C. Zahn*: „Wir basteln ein Schwarzes Loch“ – Making Of
Online-Version des Vortrags auf <http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de>

Anhang: Stütze

Bastelbogen für die in Abschnitt 5.1 erwähnte Stütze. Ein gelbes und ein graues Bauteil ergeben zusammen ein Körperchen in der Form einer Achteckkugel. Zwei solche Bauteile werden benötigt, wenn Puzzle 1 sechsmal vorhanden ist und die sechs Schnitze ohne Verkleben zu einer Viertelkugel zusammengesetzt werden sollen.

