

**Wir basteln ein**

# **Schwarzes Loch**

**Corvin Zahn**

**Ute Kraus**

Dr. Corvin Zahn, Prof. Dr. Ute Kraus  
Universität Hildesheim  
Marienburger Platz 22  
31141 Hildesheim

2. korr. Auflage  
ISBN 978-3-00-029946-9  
Alle Rechte vorbehalten

© 2004, 2010 Corvin Zahn, Ute Kraus  
Bildnachweis siehe Seite 30

Kontakt und Information:  
<http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de>

## Vorwort

ALBERT EINSTEINs Relativitätstheorie stellt unsere Vorstellungen von Raum und Zeit völlig auf den Kopf. Uhren gehen unterschiedlich schnell, Licht läuft um die Kurve, und die mühsam in der Schule gelernten Lehrsätze der Geometrie verlieren ihre Gültigkeit.

SCHWARZE LÖCHER, die wohl geheimnisvollsten Objekte in unserem Universum, verbiegen die Zeit und krümmen den Raum in ihrer Nähe so stark, dass dies mit einer Taschenuhr und einem Meterstab messbar wäre. Auf der Erde dagegen sind diese Effekte kaum zu spüren; hier ist die Materie einfach nicht dicht genug gepackt.

Unsere Geschichte entführt Sie in eine fiktive Zukunft, in der ein Schwarzes Loch in der Nähe der Erde entdeckt wird. Eine unbemannte Raummission soll Einsteins Theorien vor Ort überprüfen. Sie übernehmen die Leitung des Kontrollzentrums, das die Mission überwachen wird. Um die merkwürdigen Eigenschaften des Schwarzen Lochs besser zu verstehen, bauen Sie sich mit den beiliegenden Bastelbögen ein Modell des gekrümmten Raumes seiner Umgebung. Im Laufe Ihres Briefwechsels mit der ebenfalls fiktiven Physikerin Deepta Panchakshari entdecken Sie, dass dieser Raum Eigenschaften hat, die unserem räumlichen Denken völlig widersprechen.

Was Sie in den Händen halten, ist ein *Puzzle*. Es ist ein Puzzle auf mehreren Ebenen: Jedes Modell ist ein Puzzle aus Pappe, der Text ist ein Puzzle aus Informationen, Reportagen, Briefen und Gesprächen, der Begriff „gekrümmter Raum“ ist ein wichtiger Puzzlestein für das Verständnis Schwarzer Löcher.

Ein Puzzle erfordert, dass man die Einzelteile in die Hand nimmt, genau ansieht, mit ihnen herumspielt, und sich die nötige Zeit nimmt, um Strukturen und Muster zu entdecken. Dies ist genau die Einstellung, die für unser Thema gebraucht wird. Es geht darum, einen Begriff zu entwickeln von etwas, das an den Grenzen unseres Vorstellungsvermögens liegt. Und einen solchen Begriff von etwas Neuem muss man sich wie ein Puzzle aus einzelnen Ideen, Vergleichen, Widersprüchen und Lösungsversuchen zusammensetzen.

Renningen, 23.2.2004

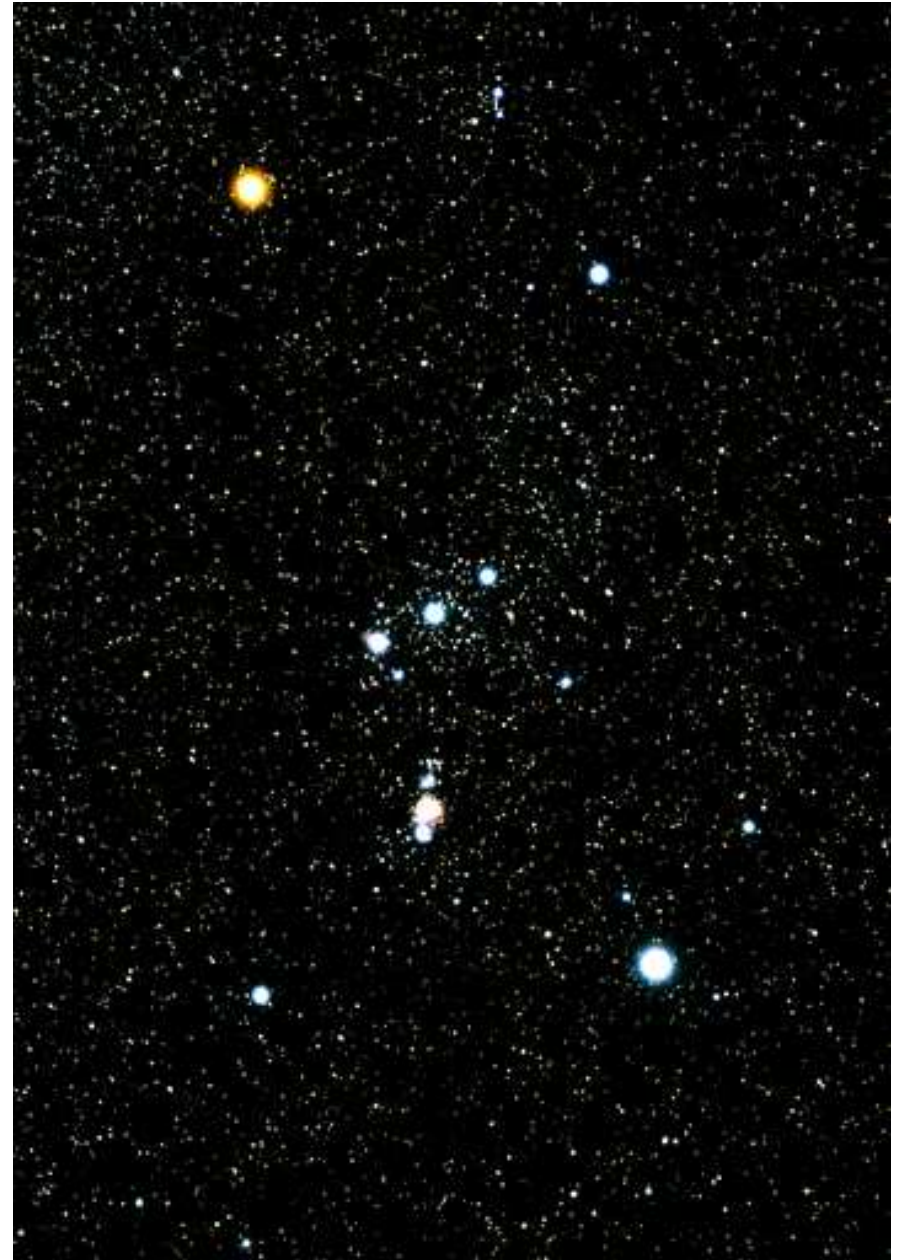
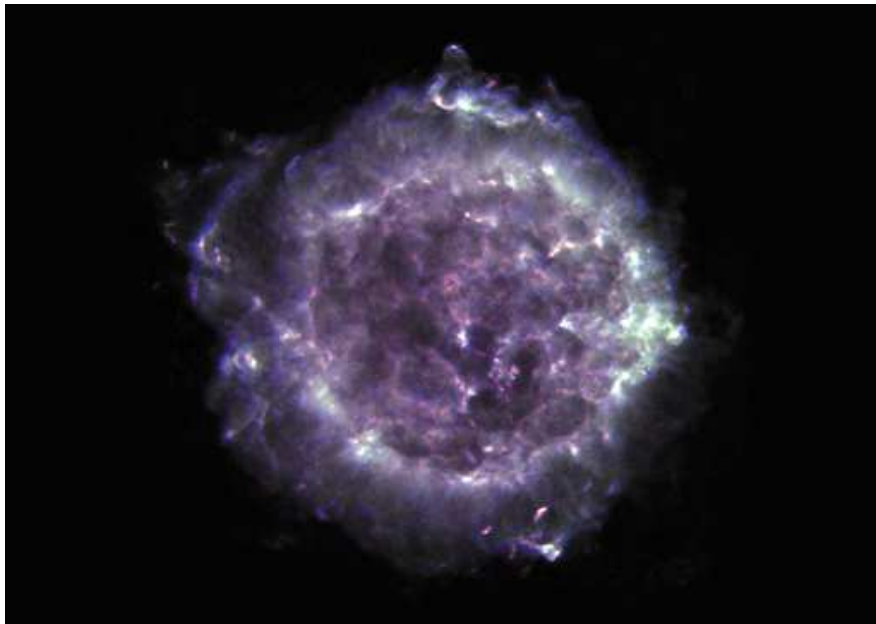
C.Z.

U.K.

PS: Die Bauanleitungen für die Bastelbögen finden Sie im Text.

# 1 Schwarze Löcher

Rigel ist einer der hellsten Sterne am Himmel. In einer klaren Nacht ist er mit dem bloßen Auge gut zu sehen; er befindet sich im Sternbild Orion ganz rechts unten (Bild rechts). Rigel ist vor einigen Millionen Jahren aus einer Gaswolke entstanden, die sich unter der Wirkung ihrer eigenen Schwerkraft immer enger zusammenballte, bis ihr Inneres so dicht und heiß war, dass dort Kernfusionsreaktionen zündeten, das Gas zu leuchten begann und Rigel als neuer Stern in Erscheinung trat. Rigel ist ein Riesenstern: Verglichen mit der Sonne, die ein sehr durchschnittlicher Stern ist, hat er 20-mal so viel Masse, den 60fachen Durchmesser und den hunderttausendfachen Energieausstoß. Diesen enormen Energieausstoß kann ein Riesenstern aber nicht lange aufrechterhalten. Bereits nach wenigen Millionen Jahren wird Rigel seinen Kernbrennstoff aufgebraucht haben. Die Fusionsreaktionen werden dann in einer gewaltigen Supernovaexplosion enden; Rigel alleine wird für kurze Zeit so hell sein wie eine ganze Galaxie. Bei einer Supernova wird die äußere Gashülle des Sterns weit in den interstellaren Raum hinausgeschleudert, wo sie hunderttausend Jahre lang als leuchtender Supernovaüberrest zu sehen ist (Bild unten). Der Kern des explodierenden Riesensterns dagegen fällt in sich zusammen. Wenn er, wie das voraussichtlich bei Rigel der Fall sein wird, mehr als etwa die doppelte Masse der Sonne enthält, ist der Kollaps unaufhaltsam und der Kern wird immer kleiner und immer dichter: Es entsteht ein Schwarzes Loch.



## 2 Ein Schwarzes Loch in unserer Nähe?

Die Sonne ist einer von hundert Milliarden Sternen in der großen Spiralgalaxie Milchstraße. In der Milchstraße gibt es auch viele ausgebrannte Sterne, darunter schätzungsweise eine Milliarde Schwarze Löcher. Denkbar wäre es, dass sich auch in der Nähe des Sonnensystems ein Schwarzes Loch befindet und möglicherweise eines Tages entdeckt wird...



Das Jahr 2012 beginnt mit einer wissenschaftlichen Sensation:

Heidelberger Morgen

21.1.2012

### Ein Schwarzes Loch in unserer Nähe

Ein Schwarzes Loch in 12 Lichtjahren Entfernung wird in der neuesten Ausgabe der wissenschaftlichen Zeitschrift *Nature* gemeldet. Zwölf Lichtjahre ist die Strecke, die Licht in zwölf Jahren zurücklegt (Licht breitet sich mit knapp 300 000 Kilometern pro Sekunde, d. h. mit etwa einer Milliarde Stundenkilometern aus). Das neu entdeckte Schwarze Loch ist nur dreimal so weit vom Sonnensystem entfernt wie unser nächster Nachbar, der Stern Alpha Centauri, und gehört da-

mit zu unserer unmittelbaren kosmischen Nachbarschaft. Die Europäische Raumfahrtagentur ESA hat sofort die Entsendung einer unbemannten Raumsonde angekündigt, die fundamentale neue Erkenntnisse liefern wird. Diese Mission ist ein Generationenprojekt: Bis die Sonde das Schwarze Loch erreicht, werden Jahrzehnte vergehen und wenn dann die ersten Daten zur Erde gefunkt werden, brauchen sie weitere 12 Jahre für den Rückweg.

BILD-Journal

21.1.2012

# Weltallmonster bedroht Erde!!

Vor zwei Stunden Schwarzes Loch in Erdnähe entdeckt! Verschlingt alles erbarmungslos! Unser Reporter interviewt den Entdecker exklusiv!

**BILD:** Herr Professor Seeger, besteht Gefahr für die Menschheit? Könnte die Erde verschlungen werden?

**Prof. S.:** Das Schwarze Loch ist über 12 Lichtjahre entfernt. Das ist astronomisch gesehen zwar extrem nahe und für uns Wissenschaftler ein ausgesprochen Glück, aber der Erde gefährlich werden kann es nicht.

**BILD:** Bei einer so geringen Entfernung möchten unsere Leser wissen, ob es sich der Erde nähert. Können Sie darüber schon etwas sagen? Bewegt es sich?

**Prof. S.:** Es nähert sich unserem Sonnensystem mit etwa 240 Kilometern pro Sekunde.

**BILD:** 240 Kilometer direkt auf die Erde zu! Wie groß ist dieses Weltallmonster?

**Prof. S.:** Es hat etwa die zehnfache Masse der Sonne, ist also astronomisch gesehen eher ein kleines Schwarzes Loch.

**BILD:** Die Masse von zehn Sonnen? Das ist ja riesig! Wie kann es sein, dass

dieses Monster erst jetzt entdeckt wurde?

**Prof. S.:** Schwarze Löcher senden keine Strahlung aus, deshalb sind sie schwer zu finden. Entdecken kann man sie nur durch eine kontinuierliche und lückenlose Beobachtung des gesamten Himmels, für die uns aber leider vor 2 Jahren die Mittel gestrichen wurden.

**BILD:** Wieder einmal sehen wir das Versagen einer am falschen Ende sparenden Politik. Die Redaktion von BILD-Journal ruft im Namen ihrer Leser die Regierung auf, diese verantwortungslosen Sparmaßnahmen sofort zurückzunehmen.

Sämtliche Observatorien der Welt werden diese Nacht ihren Blick auf diesen unsichtbaren gefräßigen Geisterfahrer des Weltalls richten, der mit 240 Stundenkilometern auf unsere Erde zurast. Im Moment besteht noch keine Gefahr, wir werden unsere Leser aber über die aktuelle Entwicklung auf dem Laufenden halten.

CZ

Die Autorin U.K. möchte noch anmerken, dass dieser Bild-Journal Reporter CZ ja wohl ziemlichen Unsinn schreibt. Prof. Seeger sollte etwas mehr darauf achten, von wem er sich interviewen lässt.

### 3 Die IBH-Mission

Das neuentdeckte Schwarze Loch hat den wissenschaftlichen Namen IBH 1645+45 (Isolated Black Hole<sup>1</sup> mit den Himmelskoordinaten 1645+45) erhalten. In kürzester Zeit gibt die Europäische Raumfahrtagentur ESA grünes Licht für die große IBH-Mission: eine unbemannte Raumsonde, die bis in die nächste Nähe des Schwarzen Lochs vordringen soll. Ein internationales Team nimmt die Arbeit auf und Sie, liebe Leserin, lieber Leser, gehören dazu. Stellen Sie sich vor, dass Sie als Astrophysikerin oder Astrophysiker seit vielen Jahren erfolgreich Planeten erforschen. Aufgrund Ihrer großen Erfahrung mit Raummissionen wird Ihnen die Leitung des Kontrollzentrums übertragen. Das Kontrollzentrum wird den Flug der Raumsonde überwachen und die zur Erde gefunkten Daten empfangen. Ihre Aufgabe ist es zunächst, das Kontrollzentrum aufzubauen.



Das IBH-Team beginnt seine Arbeit mit einer Tagung. Sie beschließen, sich dort vor allem über Schwarze Löcher zu informieren, da Sie als Planetenforscher/in mit diesen exotischen Himmelskörpern noch nie zu tun hatten. Im Programm streichen Sie sich den Vortrag von Frau Prof. Panchakshari an, möglicherweise ein schwieriger Vortrag, da Frau P. Theoretikerin ist, aber Sie werden sich fürs Erste die verständlichen Teile herauspicken und sich später direkt an Frau P. wenden, die Ihnen als externe Expertin zur Verfügung stehen wird.

<sup>1</sup>Einzeln stehendes Schwarzes Loch, d. h. eines ohne Begleitstern

### IBH-Mission Erste internationale Arbeitstagung Grenoble, 1.3.-3.3.2012

Prof. Deepta Panchakshari: In nächster Nähe eines Schwarzen Lochs  
2.3.2012, 10–11 Uhr, Großer Saal

Sehr geehrte Damen und Herren,

...  
Durch die IBH-Mission werden wir Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie mit bisher unerreichter Genauigkeit überprüfen. Dazu ist es notwendig, bis in die nächsten Nähe des Schwarzen Lochs vorzudringen.

Ein Schwarzes Loch krümmt Raum und Zeit in seiner Umgebung so sehr, dass alles, was ihm zu nahe kommt, eingefangen wird und letztlich in das Schwarze Loch hineinstürzt. Das gilt nicht nur für Gas, Staub und Raumschiffe, sondern sogar für Licht. Die Grenze, ab der ein Entweichen unmöglich ist, wird Horizont genannt. IBH 1645+45 hat einen Horizont mit 190 Kilometern Umfang.

Wir werden von der Raumsonde aus mehrere kleine Forschungssonden bis in Horizontnähe schicken. Dabei müssen wir einen Sicherheitsabstand wahren; nach meinen Berechnungen sollten die Forschungssonden auf Bahnen mit 250 bis 1000 Kilometern Umfang gebracht werden. Lassen Sie mich jetzt in mathematischen Teil des Vortrags zunächst zur Schwarzschild-Metrik und zu den Geodätengleichungen kommen ...

$$G = 8\pi T, G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}R, R_{\alpha\beta} = R^{\mu}_{\alpha}R_{\mu\beta}, \nabla_{\mu}u^{\mu} = 0, \text{mit } \dot{x}^{\alpha} = dx^{\alpha}/d\lambda, \ddot{x}^{\alpha} + \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}\dot{x}^{\beta}\dot{x}^{\gamma} = 0.$$

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2).$$

$$\Gamma^t_{tr} = \Gamma^t_{rt} = \frac{M}{r^2} \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}, \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\beta\delta}}{\partial x^{\gamma}} - \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\delta}}{\partial x^{\beta}} - \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}}{\partial x^{\delta}} + \Gamma^{\alpha}_{\mu\gamma}\Gamma^{\mu}_{\beta\delta} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\delta}\Gamma^{\mu}_{\beta\gamma} = 0.$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\langle p, u_1 \rangle}{\langle p, u_2 \rangle} \dot{x}^{\alpha} + \dots, ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2).$$

$$u = (r/2M - 1)^{-1/2} e^{t/4M} \cosh(t/4M), \Gamma^{\theta}_{r\theta} = \Gamma^{\theta}_{\theta r} = \frac{1}{r}, \Gamma^{\phi}_{\phi\phi} = \frac{1}{r} \cot\theta.$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\langle p, u_1 \rangle}{\langle p, u_2 \rangle} \dot{x}^{\alpha} + \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial v} \dot{x}^{\mu} \dot{x}^{\nu} = 0, \ddot{x}^{\alpha} + \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}\dot{x}^{\beta}\dot{x}^{\gamma} = 0.$$

$$R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} = \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\beta\delta}}{\partial x^{\gamma}} - \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\delta}}{\partial x^{\beta}} - \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}}{\partial x^{\delta}} + \Gamma^{\alpha}_{\mu\gamma}\Gamma^{\mu}_{\beta\delta} - \Gamma^{\alpha}_{\mu\delta}\Gamma^{\mu}_{\beta\gamma} = 0.$$

$$\tau = 2 \cdot 10^3 \text{ s} \cdot \left(\frac{\rho_0}{g/\text{cm}^3}\right)^{1/2}, \Gamma^{\theta}_{\phi\phi} = -\sin\theta \cos\theta, \Gamma^{\phi}_{\theta\phi} = \Gamma^{\phi}_{\phi\theta} = \cot\theta.$$

$$\ddot{x}^{\alpha} + \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}\dot{x}^{\beta}\dot{x}^{\gamma} = 0$$

## 4 Die Raumkarte

Während des mathematischen Teils von Frau Prof. Panchaksharis Vortrag über Schwarze Löcher haben Sie Ihren Tagungsblock mit Skizzen für die Einrichtung des Kontrollzentrums vollgekritzelt. Bei den Planetenmissionen hatten Sie gewöhnlich eine ganze Wand mit einer riesigen Landkarte der Planetenoberfläche bedeckt. Darauf konnten Sie das Landegebiet und die Routen der Erkundungsroboter markieren. Für die Erkundung des Schwarzen Lochs planen Sie etwas Ähnliches: eine Karte, auf der die Bahnen der Forschungssonden markiert werden. Diese Karte muss den Raum in der näheren Umgebung des Schwarzen Lochs darstellen. Nach Ihrer Rückkehr von der Tagung beauftragen Sie sofort den Grafiker damit, Pläne für eine solche Raumkarte nach Ihren Skizzen anzufertigen und schicken diese an Frau P., um das Konzept mit ihr zu diskutieren.

Frau Prof. D. Panchakshari  
Institut für Gravitationsphysik  
Heidelberg

Direktion  
Kontrollzentrum IBH-Mission  
Darmstadt

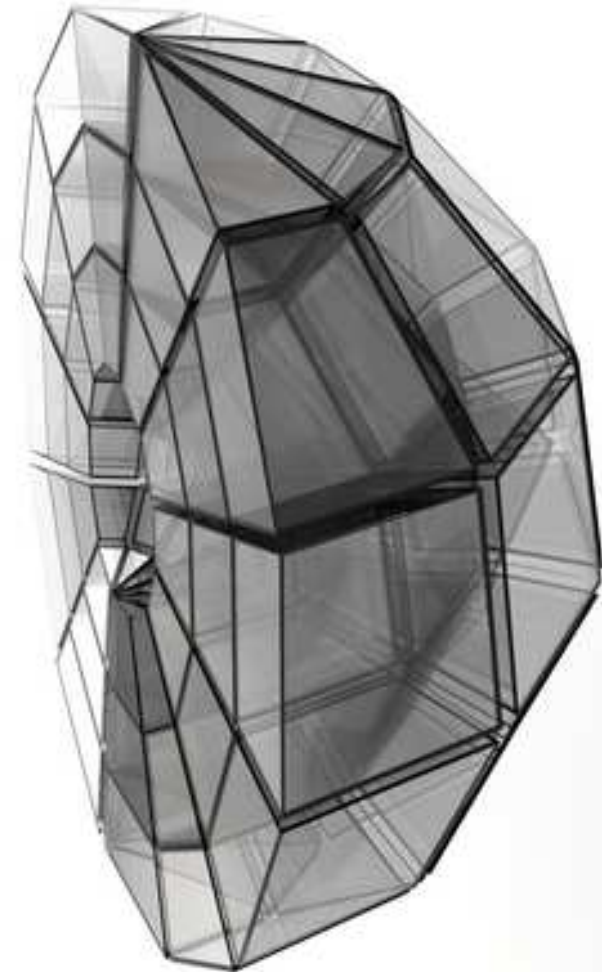
Darmstadt, den 10.3.2012

*Sehr geehrte Frau Prof. Panchakshari,*

*im Kontrollzentrum der IBH-Mission möchte ich eine dreidimensionale Karte der näheren Umgebung des Schwarzen Lochs anbringen. Ich denke dabei an eine große Kugel von ca. 3 Metern Durchmesser, die aus vielen kleinen Plexiglas-Sektoren zusammengesetzt ist (die beiliegende Computergrafik zeigt die halbe Kugel). In einer solchen Raumkarte können wir die Bahnen der Forschungssonden markieren. Das verschafft uns einen Überblick über die Bewegungen und sieht nebenbei auch noch gut aus (wir müssen schließlich dem Fernsehen auch etwas bieten). Unser Grafiker hat Vorlagen für ein zehnfach verkleinertes Modell aus Pappe erstellt, die ich Ihnen beilege. Sie können sich damit einen kleinen Ausschnitt der Kugel bauen. Was halten Sie von der Idee?*

*Mit freundlichen Grüßen*

Anlagen

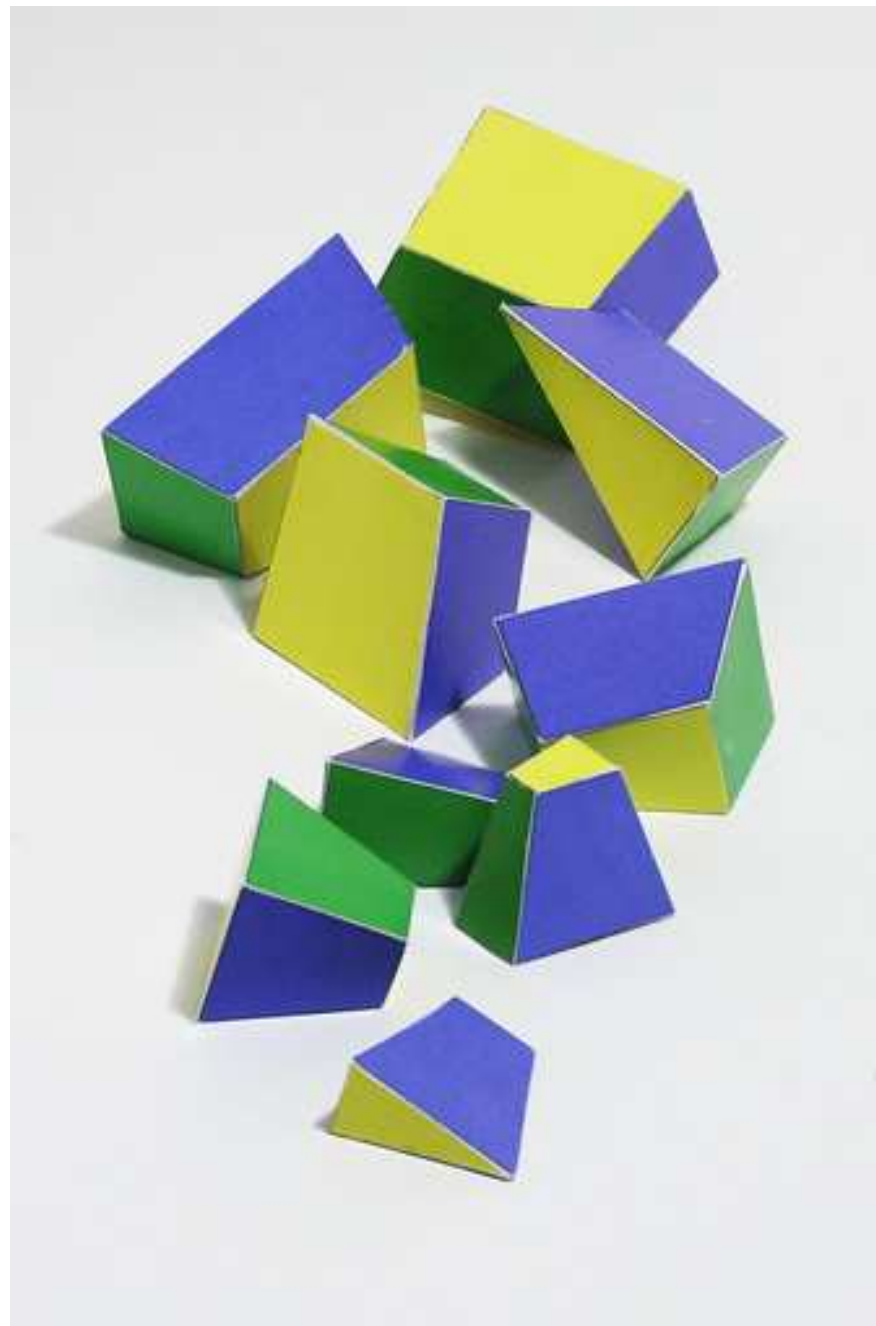
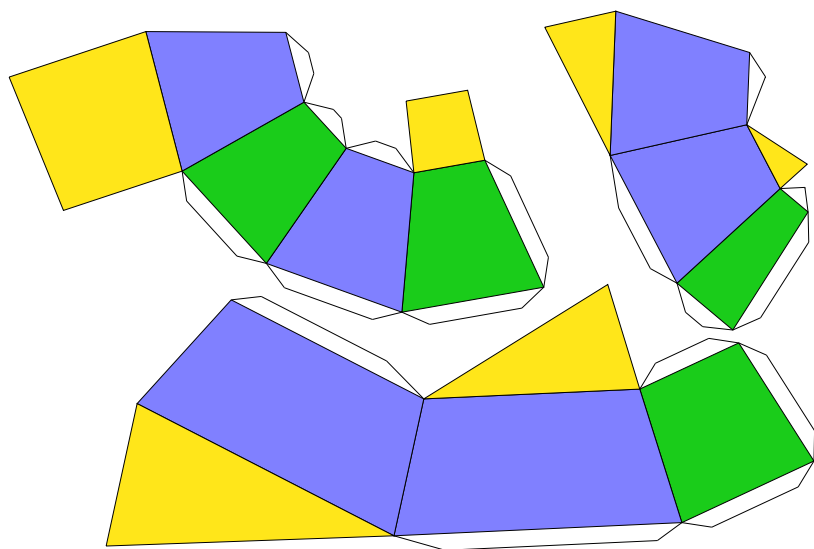


Nachdem Sie den Brief an Frau P. auf den Weg gebracht haben, machen Sie erst einmal Kaffee, laden alle dazu ein und bauen gemeinsam mit Ihrem Team ein Modell der Raumkarte.

## Puzzle 1: Die Raumkarte

### Bauanleitung:

1. Tipps: Die Pappe lässt sich gut knicken, wenn man die Knicklinien vorher leicht einritz. Für die Klebestellen eignet sich am besten flüssiger Alleskleber. Lösemittelfreier Kleber und Klebestifte haben sich nicht bewährt.
2. Die Bauteile von Puzzle 1 werden ausgeschnitten, an den schwarzen Strichen gefalzt und mit Hilfe der weißen Klebelaschen zu Hohlkörperchen zusammengeklebt.
3. Legen Sie die Hohlkörperchen so nebeneinander, dass gelbe und grüne Flächen gleicher Farbe, Größe und Form aneinanderstoßen.



## 5 Der gekrümmte Raum

Direktion  
Kontrollzentrum IBH-Mission  
Darmstadt

PROF. DEEPTA PANCHAKSHARI  
Institut für Gravitationsphysik  
Heidelberg  
Heidelberg, den 15.3.2012

*Sehr geehrte/r ...,*

*die Raumkarte für das Schwarze Loch ist eine sehr gute Idee. Ich stimme Ihnen zu, dass die Kugel ein Blickfang im Kontrollraum sein wird!*

**Allerdings müssen Sie unbedingt berücksichtigen, dass der Raum in der Nähe des Horizonts stark gekrümmt ist!**

*In diesem Schwarzen Loch ist die Masse von zehn Sonnen in einem Gebiet von der Größe einer Stadt enthalten. In seiner unmittelbaren Umgebung ist der Raum deshalb stark gekrümmt. Stellen Sie sich vor, Sie wären ganz in der Nähe von IBH 1645+45 und würden die Sektoren Ihrer Raumkarte Kante für Kante und Winkel für Winkel vermessen. Ich habe für Sie berechnet, welche Sektorformen Sie finden müssten und schicke Ihnen anbei Vorlagen für ein physikalisch korrektes Modell eines Schwarzen Lochs<sup>2</sup>.*

*Als weitere Anlage füge ich die Messvorschrift für die „Sektorvermessung“ bei (als Gedankenexperiment formuliert). Ich erscheine ungern pedantisch, aber die genaue Beschreibung von Messungen bis hin zu scheinbar unwichtigen Details ist nunmal das A und O in der Relativitätstheorie.*

*Beste Grüße,  
Deepta Panchakshari*

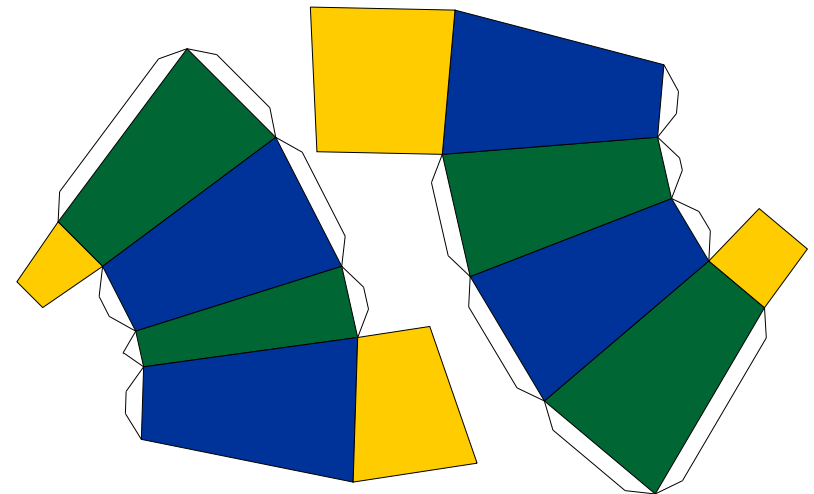
Anlagen

<sup>2</sup>Das Modell hat den Maßstab 1:1,1 Millionen. Der Innenrand hat 21 Zentimeter Umfang und liegt damit knapp außerhalb des Horizonts, der 17 Zentimeter Umfang hat.

### Puzzle 2: Das Schwarze Loch

#### Bauanleitung:

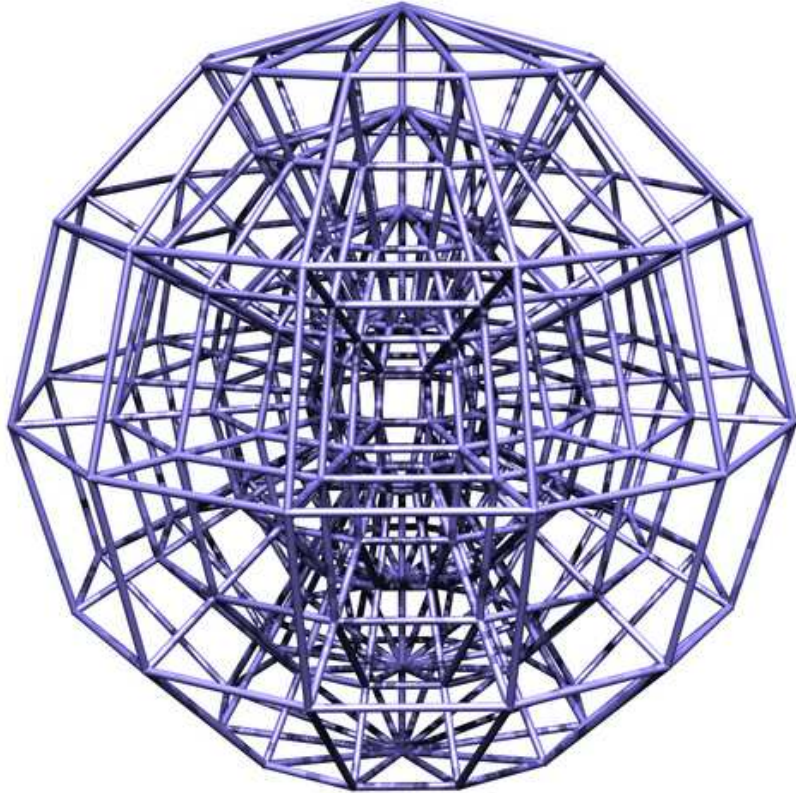
1. Tipps: Die Pappe lässt sich gut knicken, wenn man die Knicklinien vorher leicht einritz. Für die Klebestellen eignet sich am besten flüssiger Alleskleber. Lösemittelfreier Kleber und Klebestifte haben sich nicht bewährt.
2. Die Bauteile von Puzzle 2 werden ausgeschnitten, an den schwarzen Strichen gefalzt und mit Hilfe der weißen Klebelaschen zu Hohlkörperchen zusammengeklebt.
3. Legen Sie die Hohlkörperchen so nebeneinander, dass gelbe und grüne Flächen gleicher Farbe, Größe und Form aneinanderstoßen.



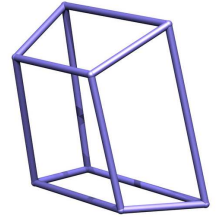


## Messvorschrift für die Sektoren (Gedankenexperiment!)

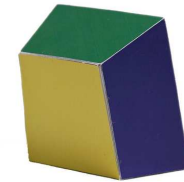
1. In dem zu vermessenden Raum wird ein Gittergerüst errichtet.



2. Als Experimentatoren bewegen wir uns durch das Gitter und messen die Längen der Gitterstäbe sowie die Winkel zwischen ihnen. Damit kennen wir die Form und die Größe jeder Gitterzelle.



3. Wir bauen die Gitterzellen verkleinert aus Pappe nach.

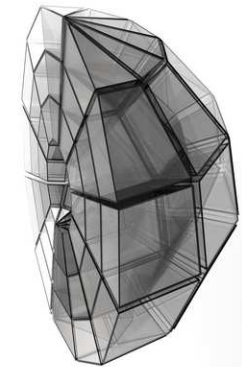


Wenn das Gitter im leeren Raum steht, weit weg von jeder Masse, dann sehen die Gitterzellen so aus wie in Ihrem Modell.

Für mein Modell habe ich mitten in dasselbe Gitter ein Schwarzes Loch mit zehn Sonnenmassen gesetzt. Mit „demselben Gitter“ meine ich, dass das Gitter nach demselben Schema gebaut und außerdem gleich groß ist. Wobei „gleich groß“ (noch ein wenig Geduld, bitte!), sorgfältig definiert, die folgende Bedeutung hat:

Ihr Pappmodell füllt eine Kugel mit einer Oberfläche von 2300 Quadratcentimetern aus. Wenn man die äußerste Lage Gitterzellen entfernt, bleibt eine Kugel von 1300 Quadratcentimetern Oberfläche. Entfernt man auch die zweite Lage, dann hat die verbleibende Kugel 570 Quadratcentimeter Oberfläche. Die dritte und innerste Lage von Gitterzellen umschließt einen kugelförmigen Hohlraum mit 140 Quadratcentimetern Oberfläche.

In meinem Pappmodell sind diese vier Kugeloberflächen gleich groß wie in Ihrem.



Frau Prof. D. Panchakshari  
Institut für Gravitationsphysik  
Heidelberg

Direktion  
Kontrollzentrum IBH-Mission  
Darmstadt

Darmstadt, den 17.3.2012

Liebe Frau Panchakshari,

das Modell ist fertig! Wir haben auch schon heftig darüber diskutiert. Aber, um ganz ehrlich zu sein, so richtig haben wir den gekrümmten Raum noch nicht verstanden, den wir da gebaut haben. Für uns Planetenforscher sind Schwarze Löcher schon sehr exotische Objekte. Und was die Allgemeine Relativitätstheorie angeht, die ja als eine der schwierigsten Theorien überhaupt gilt, müssen Sie verstehen, dass wir allesamt keine Theoretiker sind, sondern Praktiker, die sich normalerweise mit Raketentechnik, Instrumentenbau und Datenauswertung beschäftigen. Vielleicht könnten Sie uns mit einer anschaulichen Erklärung weiterhelfen?

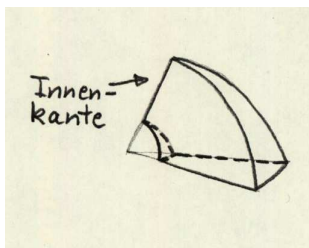
Ich fasse unsere Diskussion kurz zusammen:

Die beiden Raumfahrttechniker in unserem Team haben sofort erklärt, dass Ihr Modell nicht richtig sein kann (jedenfalls nicht so, wie wir es gebaut haben), weil aus solchen Pappkörperchen niemals eine komplette Kugel wird.

Für unser erstes Modell, das in den hellen Farben, haben wir aus den neun Pappkörperchen einen Schnitz gebaut, der wie ein Stück Schokobombe aussieht. D. h. mehrere Schnitze könnten wir wie Kuchenstücke zu einer Halbkugel zusammenschieben.

Für Ihr Modell, das in den dunklen Farben, haben wir ebenfalls die Pappkörperchen zu einem Schnitz zusammengesetzt. Aber bei diesem Schnitz steht die Innenkante nicht senkrecht auf dem Boden! Solche Kuchenstücke ergeben keine Halbkugel. Zuerst dachten wir, sie ergäben stattdessen einen Gugelhupf. Aber es ist noch schlimmer: Zwischen benachbarten „Kuchenstücken“ bleiben beim Zusammenschieben Lücken.

Unser Feinmechaniker ist außerdem der Meinung, dass beim zweiten Modell bereits die Pappkörperchen nicht richtig zu einem Schnitz zusammenpassen. Tatsächlich bleiben immer kleine Ritzen und Lücken, egal wie wir auch schieben. Die Bauingenieurin hält dagegen, dass die Ritzen doch wirklich klein sind und meint, wir



hätten einfach nicht sorgfältig genug ausgeschnitten. Über diesen Punkt konnten wir uns nicht einigen, denn solange man nur zwei Pappkörperchen aneinanderhält, ist seltsamerweise nie ein Fehler zu erkennen, die Flächen passen immer hervorragend zusammen.

Unser zweiter Streitpunkt ist der Rauminhalt des Modells – er ist nämlich zu groß! Wir haben an den Modellen Ihre Messvorschrift überprüft: Die gelben Außenflächen der Sektoren (der Pappkörperchen) sind in der Tat bei beiden Modellen gleich groß. Also haben die beiden Kugeln dieselbe Oberfläche. Dasselbe gilt für die gelben Innenflächen, d. h. auch der ausgesparte Hohlraum hat bei beiden Modellen dieselbe Oberfläche. Dann ist uns aber aufgefallen, dass die blauen und grünen Seitenflächen im zweiten Modell größer sind als im ersten. Folglich hat jeder einzelne Sektor einen größeren Rauminhalt als der entsprechende Sektor im ersten Modell, und dasselbe gilt für das komplette Modell aus allen Sektoren. Wir haben hier zwei Kugeln mit gleich großen Oberflächen, aber verschiedenem Rauminhalt. Oder anders gesagt: Die zweite Kugel ist innen größer als außen.

Der Leiter unseres Rechenzentrums, der von Hause aus Mathematiker ist, sieht darin kein Problem; er sagte etwas von nichteuklidischer Geometrie und dass sich Mathematiker mit solchen Ideen schon länger beschäftigen. Er hat auch versucht, uns die Sache zu erklären, aber das übersteigt mein Vorstellungsvermögen: Wie soll ich denn bitte verstehen, dass in einer Kugeloberfläche nicht das zugehörige Kugelvolumen drin ist, sondern mehr? Unser Architekt hat sich übrigens bestens amüsiert; er wirbt, wie er sagt, gerne damit, dass seine Häuser innen größer sind als außen, hat aber noch nie gedacht, dass das jemand ernst nehmen könnte.

Ich finde Ihr Modell des gekrümmten Raums hochinteressant und möchte es unbedingt für das Kontrollzentrum bauen lassen, aber ich habe noch Überzeugungsarbeit zu leisten. Die Leute aus der Informatikabteilung meinen, man sollte doch einfach bei dem ersten Modell bleiben, das jeder versteht und das genauso schön aussieht. Und meine Leiterin der Abteilung Öffentlichkeitsarbeit rauft sich die Haare bei dem Gedanken, dass sie den Journalisten erklären muss, was sie da genau vor sich haben...





Für Ihre weitere Unterstützung wäre ich sehr dankbar. Vielleicht könnten wir uns gelegentlich zum Mittagessen treffen?

Beste Grüße

## 6 Flächenland

Im italienischen Restaurant erzählt Frau Panchakshari:

„Was ein gekrümmter Raum sein soll, kann man sich schlecht anschaulich vorstellen, meistens hört man in etwa folgende Erklärung:“

„Eine eindimensionale Linie kann gerade  sein oder krumm  wie diese Spaghetti dort, eine zweidimensionale Fläche eben  wie diese Serviette oder gekrümmt  wie dieses Salatblatt, beim dreidimensionalen Raum ist es genauso, nur noch eine Dimension höher.“

„Können Sie sich das vorstellen? Genauso wie eine gekrümmte Fläche, nur eine Dimension höher? – Ich nicht, ehrlich gesagt. Manchmal hilft aber ein Wechsel des Standpunkts: Wir leben in einem dreidimensionalen Raum, sind also sozusagen 'Raumwesen'. Genauso könnte man sich eine Welt vorstellen, die nur zwei Dimensionen hat, also eine Fläche. Ein Wesen, das in so einer Fläche lebt, müsste mit der Vorstellung einer gekrümmten Fläche die gleichen Schwierigkeiten haben, wie wir als Raumwesen mit einem gekrümmten Raum.“

„Vielleicht kennen Sie den Roman 'Flächenland' von Edwin Abbott aus dem vorletzten Jahrhundert. Nicht? Warten Sie, ich habe das Buch dabei. Der Roman spielt in genau so einer Flächenwelt. Abbott beschreibt die Weltsicht eines Flächenwesens so:“

'Ich nenne unsere Welt Flächenland (...). Stellt euch ein weitausgedehntes Blatt Papier vor, auf dem sich (...) Figuren (...) frei hin- und herbewegen, jedoch ohne das Vermögen, sich darüber hinaus zu erheben oder darunter zu sinken, etwa wie Schatten (...).

Lege, Leser, eine Münze mitten auf einen eurer Tische im Raum, beuge dich darüber und sieh hinab: sie wird als Kreis erscheinen.

Nun aber zieh dich zum Rand des Tisches zurück und gehe mit deinem Gesicht immer tiefer (womit du dich mehr und mehr den Erkenntnisumständen von Flächenland näherst), und du wirst sehen, daß die Münze mehr und mehr oval erscheint. Und schließlich, wenn du dein Auge genau auf die Höhe der Tischkante gebracht hast (so daß du sozusagen zum Flächenländer geworden bist), wird die Münze nicht mehr oval erscheinen, und, soweit du es erkennen kannst, eine Gerade geworden sein.'

(E. Abbott: Flächenland, Klett 1982 [Übersetzung von: Flatland, 1884])

„Stellen Sie sich einmal vor, Sie würden in so einer Fläche leben, könnten sich wie ein Schatten nur in dieser Fläche bewegen. Sie könnten sich vor und zurück, nach links und nach rechts bewegen, aber nicht nach oben oder unten. Sie könnten auch nicht nach oben oder unten schauen, nicht einmal daran denken. Die Begriffe 'oben' und 'unten' hätten für Sie überhaupt keine Bedeutung. Mit einer 'dritten

Dimension' könnten Sie dann nichts anfangen. Auch wenn sich die Flächenwelt, in der Sie leben, irgendwie in eine dritte Dimension krümmt, gibt es für Sie in der Fläche nur vor, zurück, rechts und links.“

„Da, nehmen Sie mal diese kleine Raupe auf Ihrem Salatblatt. Sie kann auf der Oberfläche herumkrabbeln, sieht wahrscheinlich schlecht und interessiert sich wohl nur für ihre nächste Umgebung. Wie Abbotts Flächenwesen ist sie auf die zwei Dimensionen der Blattoberfläche beschränkt. Dass das Blatt gekrümmt ist, betrifft sie nicht. Warten Sie, ich zeigs Ihnen genauer.“

„Kellner! Haben Sie zufällig eine Schere und noch ein paar Servietten da?“

Ein etwas konsterniert blickender, aber in einer Universitätsstadt einiges gewöhnter Kellner bringt das Gewünschte und Frau Panchakshari beginnt auf einer Serviette herumzukritzeln.

„Schauen Sie, eine sehr systematische Raupe könnte auf die Idee kommen, ihr Salatblatt in lauter Sektoren zu zernagen. Ich zeichne hier mal ein Blatt.“

Sie zeichnet einen Kreis und teilt ihn in Sektoren auf.

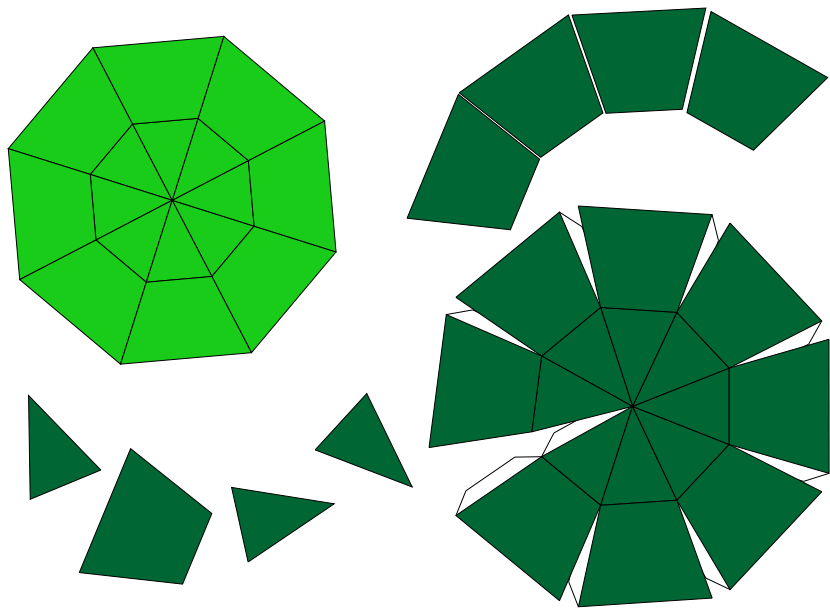
„Genauso kann man ein gekrümmtes Blatt basteln und es in Sektoren einteilen, so...“

Mit Ihrer Kamera machen Sie ein paar Aufnahmen, die Ihr Assistent am nächsten Tag in schön gedruckte Bastelbögen umsetzt.

## Puzzle 3: Salatblätter

### Bauanleitung:

1. Mit diesen Bastelbögen können Sie ein flaches (hellgrünes) und ein gekrümmtes (dunkelgrünes) Salatblatt basteln. Die Sektoren des gekrümmten Salatblattes gibt es zusätzlich noch einzeln zum Puzzeln.
2. Das flache Blatt (hellgrün) ausschneiden. Das gewölbte Blatt (dunkelgrün) ausschneiden, an den schwarzen Strichen falzen und mit Hilfe der weißen Klebelaschen zusammenkleben.
3. Die Sektoren des gewölbten Blattes (dunkelgrün) einzeln ausschneiden. Versuchen Sie, sie zu einem zusammenhängenden Blatt zu kombinieren!



„Das erste Blatt hier ist flach. Sie sehen, wenn Sie die einzelnen Sektoren auseinanderschneiden und wieder zusammenlegen, dass es genau aufgeht.

Das zweite Blatt ist gekrümmt. Hier habe ich ein gekrümmtes Blatt in Sektoren zerschnitten. Versuchen Sie einmal, die Sektoren auf dem flachen Tisch zusammenzusetzen!“

Sie puzzeln ein wenig mit den Sektoren des gekrümmten Blattes herum und stellen fest, dass sie nicht zusammenpassen.

„Eine intelligente Ingenieursraupe wäre wohl ziemlich verzweifelt, wenn ihr sorgfältig in einzelne Stücke zernagtes Blatt auf dem Tisch nicht mehr zusammenpasst.

Wenn Sie den Standpunkt eines Flächenwesens einnehmen, dann ist das ja auch wirklich unvorstellbar. Für uns Raumwesen ist das Ganze natürlich ziemlich klar, man kann eine gekrümmte Fläche nicht in der Ebene ausbreiten, ohne sie zu zerreißen.

Dass wir das einsehen, liegt nicht daran, dass wir geringfügig intelligenter sind als die Raupe, sondern dass wir das Blatt von außen, von einer 'höheren Dimension' aus anschauen können.

Sie haben sicher Ihre Pappmodelle dabei?“

## 7 Raumland

Sie packen die beiden vorher gebastelten dreidimensionalen Pappmodelle aus.

„Hier ist es genau das Gleiche! Das erste Modell, das in den hellen Farben, entspricht dem flachen Blatt. Es zeigt ein Stück ungekrümmten Raum, den Sie wie eine Torte in einzelne Sektoren zerlegt haben. Diese können Sie ohne Lücken hier im Restaurant wieder zusammensetzen, da der Raum hier ebenfalls (fast) nicht gekrümmt ist.

Das Modell in den dunklen Farben entspricht dem gekrümmten Blatt und zeigt ein Stück gekrümmten Raum. Stellen Sie sich eine riesige kugelförmige Torte um das Schwarze Loch herum vor. Sie wird genau wie ihr Gegenstück aus dem ungekrümmten Raum in einzelne Sektoren zerlegt und diese ergeben dann in verkleinertem Maßstab Ihre Pappkörperchen hier auf dem Tisch.

Genauso wenig wie die Stücke des gekrümmten Blattes auf einer ebenen Tischplatte zusammenpassen, passen die Stücke des gekrümmten Raums hier im ungekrümmten Restaurant zusammen! Maßstabsgerecht wieder vergrößert könnte man sie aber lückenlos um das Schwarze Loch herum anordnen.

Oder umgekehrt: Könnten wir ein maßstabsgerecht verkleinertes Schwarzes Loch hier ins Zentrum des Pappmodells setzen, würde es den Raum so krümmen, dass die Pappsektoren zusammenpassen würden. Dieses 'Mini-Schwarze-Loch' müsste ungefähr die dreifache Masse der Erde haben. Das heißt, Sie müssten drei Planeten in Erdgröße auf die Größe einer Orange zusammenquetschen, um den Raum derart zu krümmen!

Jetzt sind wir in der Situation der Raupe und können uns nicht vorstellen, warum die Sektoren ums Schwarze Loch herum passen sollen und hier auf der Erde nicht. Wir können unseren Raum nicht von 'außen' anschauen und sehen, wohin er sich krümmt.“

Das klingt einleuchtend. Sie spielen noch ein wenig mit dem gekrümmten Raum und kommen nochmals auf das Problem des größeren Rauminhalts zurück.

„Beide Modelle repräsentieren einen Ausschnitt aus dem Raum mit den gleichen Außenmaßen. Die gelben Außenflächen beider Modelle sind identisch. Man könnte annehmen, dass dann der Rauminhalt auch gleich sein muss.

Schauen Sie sich noch einmal die zwei Modelle der Blätter an. Beide haben den gleichen Umfang. Wie bei dem räumlichen Modell könnte man auf den gleichen Flächeninhalt schließen. Sie können aber deutlich sehen, dass das gekrümmte Blatt eine wesentlich größere Fläche hat.

Wenn Ihre Raupe wissen will, wie groß das Blatt ist, das sie zu verspeisen gedenkt, reicht es nicht, wenn sie einmal um das Blatt rumkrabbelt und den Umfang feststellt. Sie muss zusätzlich noch wissen, wie stark das Blatt gekrümmt ist.

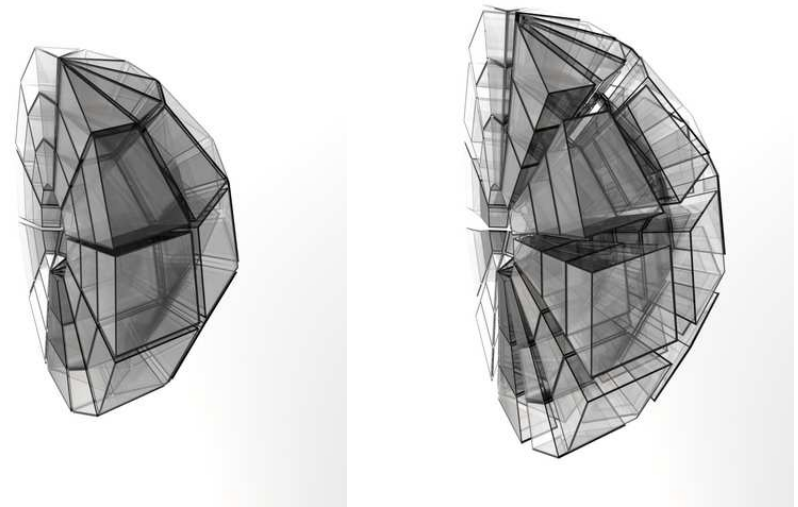
Andersherum könnte sie die Krümmung des Blattes feststellen, indem sie zuerst den Umfang misst und dann die Fläche bestimmt, z. B. indem sie es auffrisst und sich dann auf die Waage stellt. Passen Sie auf Ihren Salat auf, die Raupe ist schon ziemlich weit!“

Ein verzweifelnder Kellner bringt Ihnen einen neuen Salat, Sie wollen die Studien der Raupe nicht stören.

„Genauso können wir, wenn wir den Raum um das Schwarze Loch vermessen, seine Krümmung feststellen! Stellen Sie sich das vor! Bisher konnten wir nur die kaum messbare Krümmung von Raum und Zeit in der Nähe der Sonne erforschen. Und jetzt haben wir ein richtiges Schwarzes Loch!“

Während sich Frau Panchakshari für die neuen Erkenntismöglichkeiten begeistert und ein etwas genervter Kellner die überall auf dem Boden herumliegenden Papierschnipsel zusammenfegt, denken Sie daran, dass es leider noch einige Jahrzehnte dauern wird, bis die Raumsonde ihr Ziel erreicht und das Schwarze Loch mit seiner enormen Krümmung von Raum und Zeit direkt erforscht.

Es wird noch viele interessante Mittagessen mit Frau P. geben und bei der nächsten Gelegenheit müssen Sie sie fragen, was es denn eigentlich mit der gekrümmten Zeit auf sich hat...



## 8 Zurück in die Gegenwart...

Der Stern V4641 Sgr im Sternbild Schütze hat einen unauffälligen Begleiter, der bis vor wenigen Jahren unbekannt war. Im September 1999 verriet er sich: Ein kurzer, heftiger Ausstoß von Röntgenstrahlung, der diesen eher unbedeutenden Stern vorübergehend zur hellsten Röntgenquelle am Himmel machte, lässt sich nur dadurch erklären, dass er ein Schwarzes Loch als Begleiter hat. Anscheinend ist Gas von diesem Stern in den Einzugsbereich des Schwarzen Lochs geraten. In kreisender Bewegung um das Schwarze Loch ist es immer weiter nach innen geströmt, wurde dabei extrem heiß, und ist schließlich zum Teil in das Schwarze Loch gestürzt und zum anderen Teil in Form von ultraschnellen Jets in den Raum hinaus geschossen worden. Dieses Schwarze Loch ist das sonnennächste; es ist 1 600 Lichtjahre von uns entfernt.

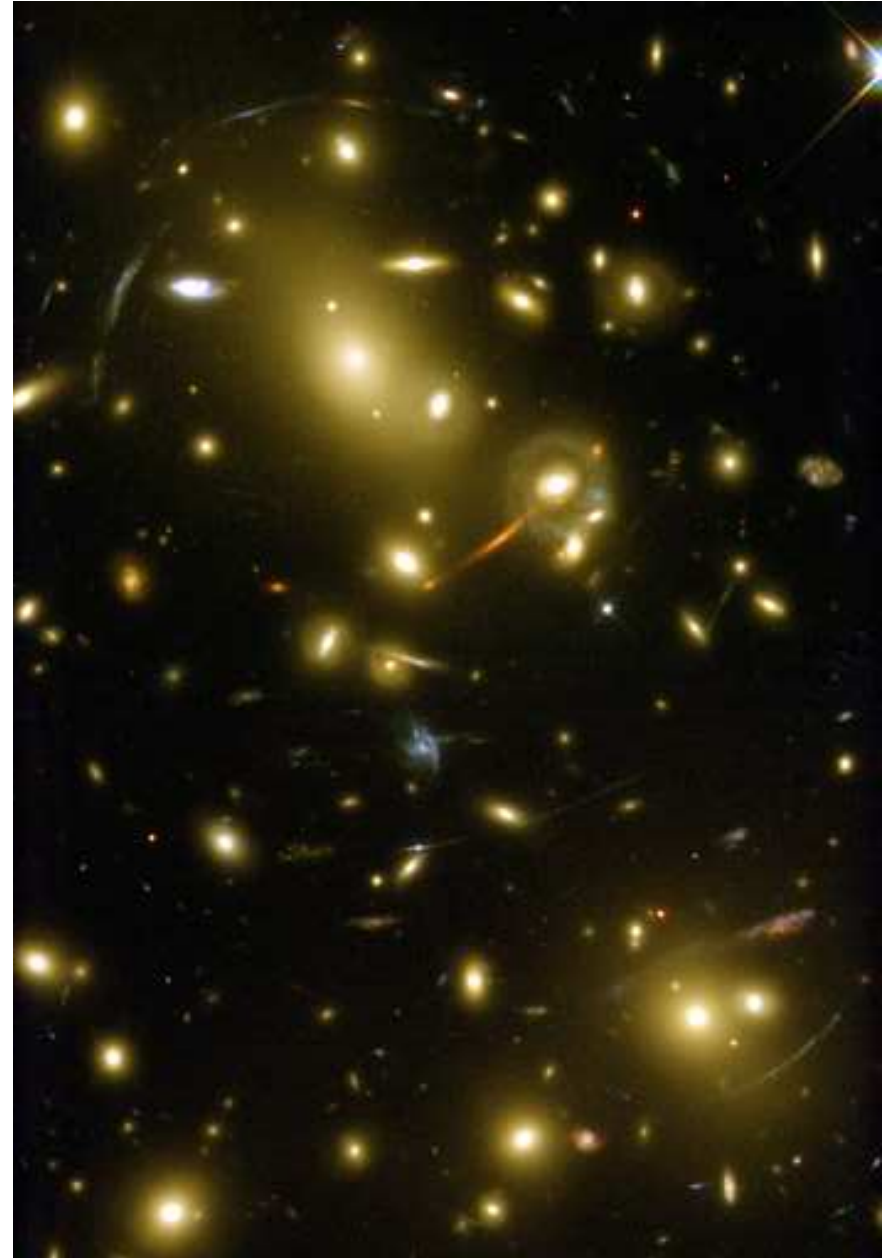
Das dickste Schwarze Loch in unserer näheren kosmischen Umgebung sitzt im Zentrum der Milchstraße in 26 000 Lichtjahren Entfernung. Es hat eine 2,5 Millionen Mal so große Masse wie die Sonne. Auch dieses Schwarze Loch ist an sich unsichtbar. Es verrät sich aber dadurch, dass es die Sterne in seiner Umgebung um sich kreisen lässt, so wie die Sonne ihre Planeten.

Unsere Chancen für die Entsendung einer Raumsonde zu einem Schwarzen Loch, in dessen Nähe man den gekrümmten Raum direkt vermessen könnte, stehen derzeit also nicht gut.

Aber die Einstein'sche Relativitätstheorie sagt nicht nur voraus, dass Masse den Raum krümmt, sondern auch, wie sich der gekrümmte Raum auswirkt. Zum Beispiel: In einem gekrümmten Raum verläuft Licht auf anderen Bahnen als in einem ungekrümmten<sup>3</sup>. Wenn also ein Stern durch seine Masse den Raum krümmt, dann wird das Licht in seiner Nähe „abgelenkt“, man spricht von Lichtablenkung. Bei der Sonne ist die Lichtablenkung so gering, dass man sie mit dem Auge nicht beobachten kann. Sie ist aber mit großer Präzision vermessen worden und bestätigt vollkommen unsere Vorstellungen über den gekrümmten Raum in der Nähe der Sonne. Weiter draußen im Weltall lässt sich die Lichtablenkung auch direkt beobachten. Wenn sich zwischen einer entfernten Galaxie und uns eine große Masse befindet, dann wird das Licht, das von der entfernten Galaxie herkommt, abgelenkt und wir sehen die Galaxie zu einem schmalen Bogen verzerrt. Im Bild rechts sind mehrere solche Bögen zu sehen. Die das Licht ablenkende Masse ist in diesem Fall ein „Galaxienhaufen“, eine größere Gruppe von Galaxien, die ebenfalls (aber unverzerrt) auf dem Bild zu sehen sind.

Es gibt in unserer Welt Gegenden, in denen andere geometrische Gesetze gelten, als wir sie aus unserer Erfahrung auf der Erde kennen. Der gekrümmte Raum ist eine Realität.

<sup>3</sup>Genauer gesagt krümmt Masse außer dem Raum auch die Zeit, und die Lichtwege verlaufen in einer gekrümmten Raum-Zeit anders als in einer ungekrümmten.



## Glossar

**Gravitation (Schwerkraft)** Die klassische Beschreibung der Gravitation geht auf Isaac Newton zurück: Jeder Körper übt auf jeden anderen eine anziehende Kraft aus, die Gravitationskraft.<sup>4</sup> Also beispielsweise: Die Erde bewegt sich um die Sonne, weil sie von der Sonne angezogen wird. Die Newton'sche Theorie ist jedoch nur dann richtig, wenn die Gravitationskraft schwach und die Bewegung der Körper langsam ist.

Die heutige Beschreibung der Gravitation ist die Allgemeine Relativitätstheorie von Albert Einstein. Für schwache Gravitation und langsame Bewegung der Körper stimmt sie mit der Newton'schen Theorie überein. Sie gilt aber auch dann, wenn die Gravitation extrem stark ist (z. B. in der Nähe Schwarzer Löcher) und wenn Körper sich sehr schnell bewegen (d. h. mit annähernd Lichtgeschwindigkeit). In der Relativitätstheorie lautet das obige Beispiel: Die Sonne krümmt den Raum und die Zeit in ihrer Umgebung. Die Erde bewegt sich durch diese gekrümmte Raum-Zeit. Sie bewegt sich zu jedem Zeitpunkt geradeaus; da aber die Raum-Zeit gekrümmt ist, resultiert eine Bahn, auf welcher die Erde die Sonne umrundet.

**Lichtgeschwindigkeit** Licht breitet sich mit einer Geschwindigkeit von annähernd 300 000 Kilometern pro Sekunde, d. h. mit etwa einer Milliarde Stundenkilometern aus. Dies ist das naturgesetzliche absolute Tempolimit: kein Objekt, das eine Masse hat, kann es erreichen oder gar überschreiten.

**Relativitätstheorie** Die Allgemeine Relativitätstheorie, von Albert Einstein 1916 vollendet, ist die derzeit akzeptierte Theorie der Gravitation (siehe **Gravitation**). Die Spezielle Relativitätstheorie von 1905 beschreibt Raum, Zeit und Bewegung in Abwesenheit von Gravitation. Extrem schnelle Bewegungen (d.h. Bewegungen mit annähernd Lichtgeschwindigkeit) wurden erstmals durch die Spezielle Relativitätstheorie korrekt beschrieben.

**Sonne** Die Sonne ist ein Stern mittlerer Größe von einem Typ, der in der Milchstraße häufig ist. Sie ist hundertmal so groß wie die Erde und hat die dreihunderttausendfache Masse. In Zahlen: Ihr Durchmesser beträgt 1,4 Millionen Kilometer, ihre Masse  $2 \cdot 10^{30}$  kg.

Die Sonne ist vor 4,5 Milliarden Jahren aus einer Gaswolke entstanden und wird insgesamt 10 Milliarden Jahre lang als Stern leuchten, während in ihrem Inneren Kernfusionsreaktionen ablaufen. Wenn der Kernbrennstoff im Zentrum zur Neige geht, wird die Sonne zu einem roten Riesenstern anschwellen, der bis an die Erdbahn reicht. Bald darauf enden die Kernreaktionen; die

äußere Gashülle wird abgestoßen und bildet einen farbenprächtigen planetarischen Nebel, während der Kern der Sonne in sich zusammenfällt, bis er die Größe der Erde erreicht: Es entsteht ein Weißer Zwerg, der zunächst sehr heiß und hell ist und dann im Laufe der Zeit abkühlt und immer schwächer leuchtet.

---

<sup>4</sup>Nach Newton ist die Kraft zwischen zwei Körpern mit den Massen  $m_1$  und  $m_2$ , die den Abstand  $r$  voneinander haben,  $K = Gm_1m_2/r^2$ , wobei  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg/s}^2$  die Newton'sche Gravitationskonstante ist.

## Bilder und Bildquellen

- Umschlag *Das Sternbild Centaurus mit dem sonnennächsten Stern Alpha Centauri*  
Space Telescope Science Institute (STScI)
- S. 4 *Der Supernovaüberrest Cassiopeia A*  
National Radio Astronomy Observatory (NRAO/AUI/NSF)
- S. 5 *Das Sternbild Orion*  
Space Telescope Science Institute (STScI)
- S. 6 *Die Spiralgalaxie NGC 4414*  
Space Telescope Science Institute (STScI)
- S. 8 *Das Kontrollzentrum der Cluster-Mission, Darmstadt*  
European Space Agency (ESA)
- S. 18 *Schokobombe*  
Aida Café-Konditorei Wien
- S. 27 *Der Galaxienhaufen Abell 2218*  
Space Telescope Science Institute (STScI)

## Technische Details

Das Modell für die Umgebung des Schwarzen Lochs basiert auf der Schwarzschild-Metrik um eine Zentralmasse mit Schwarzschild-Radius  $r_s = 2,7$  cm. Das Puzzle teilt eine raumartige Hyperfläche zu konstanter Schwarzschild-Zeit in Sektoren ein. Dazu wird die Hyperfläche mit einem Gitter aus Punkten bei den Schwarzschild-Koordinaten  $r_i = i \cdot 1,25 r_s$ ,  $\theta_j = j \cdot 30^\circ$ ,  $\phi_k = k \cdot 30^\circ$  überzogen. Das Modell enthält die Sektoren für  $i=1..4$ ,  $j=0..3$  und  $k=0..1$ . (Die Einteilung ist auf den Bereich außerhalb von  $r = 1,25 r_s$  beschränkt.) Die Längen der Sektorkanten sind die Längen der raumartigen Geodäten zwischen den Gitterpunkten. Aus den Kantenlängen und der Bedingung, dass die trapezförmigen Seitenflächen spiegelsymmetrisch sein sollen, folgt eindeutig die Form der Sektoren.

Das Modell basiert auf dem Prinzip des Regge-Calculus, bei dem die Raumzeit in kleine Elemente eingeteilt wird, deren innere Geometrie jeweils flach ist. Die Sektoren des Modells sind genau so zu verstehen; um den Bastelaufwand in Grenzen zu halten sind sie allerdings so groß, dass diese Raumzeit nur eine relativ grobe Näherung an die Schwarzschild-Raumzeit darstellt.

## Literatur

- Edwin A. Abbott: Flatland, A Romance in Many Dimensions, 1884.  
*Deutsche Übersetzung:* Flachland, Ein mehrdimensionaler Roman, Klett Verlag, 1982.
- Jean-Pierre Petit: „Das Schwarze Loch“, Verlag Vieweg, 1995.  
Aus der Buchreihe „Die Abenteuer des Anselm Wüßtegern“. Ein Physik-Comic.
- Kip S. Thorne: „Gekrümmter Raum und verbogene Zeit“, Knauer, 1994.  
Sehr viel Information über Schwarze Löcher. (Leider vergriffen, die englische Ausgabe „Black Holes and Time Warps“ ist aber noch erhältlich.)
- Corvin Zahn, Ute Kraus: <http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de>  
Texte, Bilder und Filme zur Speziellen und Allgemeinen Relativitätstheorie.