

# Tempolimit: Lichtgeschwindigkeit

## – Beobachtungen bei Hochgeschwindigkeitsflügen –

U. Kraus

ASTRONOMIE + RAUMFAHRT im Unterricht, Heft 2/2003, S. 35-38

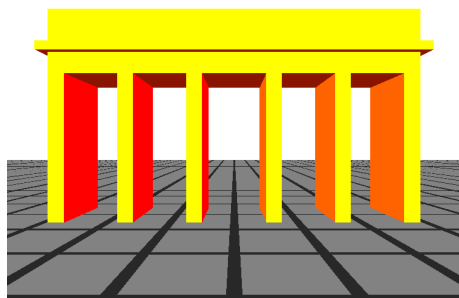
Hohe Geschwindigkeiten sind die Domäne der Speziellen Relativitätstheorie. Unsere Alltagserfahrung lässt uns hier im Stich, denn um relativistische Effekte zu erleben, sind wir einfach zu langsam. Schnelle (d. h. annähernd lichtschnelle) Flüge lassen sich jedoch auf dem Computer simulieren. Was Reisende auf solchen Flügen beim Blick aus dem Fenster sähen, ist verblüffend, lässt sich aber auf anschauliche Weise erklären und illustriert eindrücklich einige wichtige physikalische Effekte wie etwa die Aberration.

### Zwei Schnappschüsse von Hochgeschwindigkeitsflügen

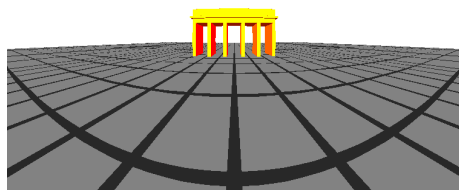
Beginnen wir mit einem Beispiel: ein Hochgeschwindigkeitsflug durch ein Tor. Das Tor, dem Brandenburger Tor in Berlin nachempfunden, ist für diese Illustration bunt eingefärbt (Bild 1 (oben), Bild 2): Die Vorderseite ist gelb, die Innenseiten der Torbögen haben eine dunkelrote Decke und rote bzw. orange-farbene Seitenwände, die Rückseite ist blau. Das Tor steht auf einem Boden aus quadratischen grauen Fliesen. Die folgenden Bilder zeigen Schnappschüsse von Durchflügen durch dieses Tor.

Bild 1 zeigt den Anblick des Tors beim Anflug. Hier sind zum Vergleich zwei Aufnahmen des Tors zu sehen, die am selben Ort (siehe Skizze) mit baugleichen Kameras entstehen. Die obere Aufnahme ist mit einer ruhenden Kamera gemacht, die untere mit einer Kamera, die sich dem Tor mit 90% der Lichtgeschwindigkeit nähert. Der Doppler-Effekt ist nicht berücksichtigt; die farbige Darstellung dient nur zur Verdeutlichung. Auf der Aufnahme der bewegten Kamera erscheint das Tor viel kleiner, außerdem sind Tor und Bodenfliesen verzerrt. Auf den ersten Blick ist das erstaunlich. Die bewegte Kamera empfängt ja genau dasselbe Licht, das die ruhende Kamera am selben Ort auch empfangen würde. Trotzdem entsteht nicht dasselbe Bild. Dazu mehr im nächsten Abschnitt.

Bild 3 zeigt den Anblick des Tors gegen Ende eines Durchflugs mit 99% der Lichtgeschwindigkeit. Die Kamera ist bei der Aufnahme in Flugrichtung ausgerichtet. Man erkennt die verzerrten Bodenfliesen jenseits des Tors. Das Tor selbst liegt nur noch zum Teil im Blickfeld der Kamera und erscheint stark verzerrt. An den Farben erkennt man, dass die Aufnahme die Innenseiten der Torbögen sowie die Rückseite zeigt. Wie aber kann es sein, dass Licht von der Rückseite des Tors in die Ka-



$v = 0$



$v = 0,9c$

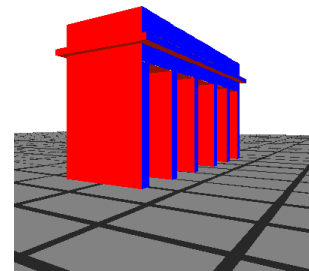


Bild 1: Zwei Aufnahmen eines Tors. Oben: Die Kamera ruht. Unten: Die Kamera nähert sich dem Tor mit 90% der Lichtgeschwindigkeit  $c$ . Beide Aufnahmen entstehen im selben Abstand vom Tor (siehe Skizze). Die Kamera ist zum Tor hin ausgerichtet.

Bild 2: Das Tor von schräg hinten, aufgenommen mit einer ruhenden Kamera. Die Rückseite ist der einzige Teil des Tors, der blau ist.

mera gelangt? Einen ersten Hinweis gibt die Skizze in Bild 3. Sie zeigt, wo sich die Kamera zu dem Zeitpunkt, zu dem die Aufnahme entsteht, befindet: sie hat das Tor bereits durchquert. Dass Licht von der Rückseite des Tors diesen Ort erreicht, ist klar. Dass es in die Kamera eintritt (die ja in Flugrichtung blickt) bedeutet, dass die bewegte Kamera offensichtlich „nach hinten schauen“ kann.

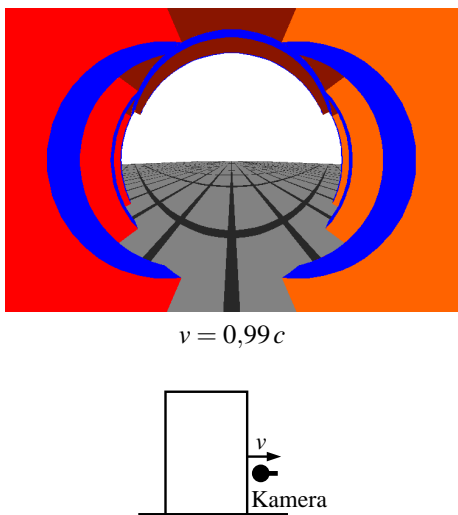


Bild 3: Schnappschuss gegen Ende des Durchflugs durch das Tor. Die Kamera ist in Flugrichtung ausgerichtet. Zum Zeitpunkt dieser Aufnahme hat sie das Tor bereits wieder verlassen (siehe Skizze).

## Anschauliche Erklärung anhand einer bewegten Lochkamera

Die oben gezeigten Schnappschüsse von Hochgeschwindigkeitsflügen durch ein Tor werfen (mindestens) zwei Fragen auf:

Warum erzeugt die bewegte Kamera beim Anflug ein kleineres Bild von dem Tor als die ruhende Kamera an demselben Ort?

Wie kann die bewegte Kamera „nach hinten schauen“?

Beide Fragen kann man sehr anschaulich beantworten, wenn man mit der Bildentstehung in einer Lochkamera argumentiert. Bild 4 illustriert das Prinzip: Lichtstrahlen, die durch eine Lochblende in einen Kasten eintreten, erzeugen auf der hinteren Wand ein Bild. Wenn sich eine solche Lochkamera bewegt, hat das für die Bildentstehung zwei wichtige Folgen. Erstens tritt der speziell-relativistische Effekt der Lorentz-Kontraktion auf: die Kamera ist in Bewegungsrichtung um den Faktor  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  verkürzt. ( $v$  die Kamerageschwindigkeit,  $c$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit). Zweitens bewegt sich die Kamera weiter, während in ihr das Licht von der Lochblende zum Bildfeld läuft. Beide Erscheinungen tragen dazu bei, den Lichtweg zwischen Lochblende und Bildfeld zu verkürzen. Ein Lichtstrahl trifft deshalb in der bewegten Lochkamera näher an der Bildmitte auf als das in der ruhenden Lochkamera der Fall wäre (Bild 4, 5): das Bild ist kleiner.

Wie es der bewegten Lochkamera möglich ist, nach hinten zu schauen, illustriert Bild 6. Aufgrund der Bewegung der Kamera können Photonen, die schräg von hinten vor die Kamera laufen, von der Blende eingefangen und dann auch noch vom Bildfeld eingeholt werden.

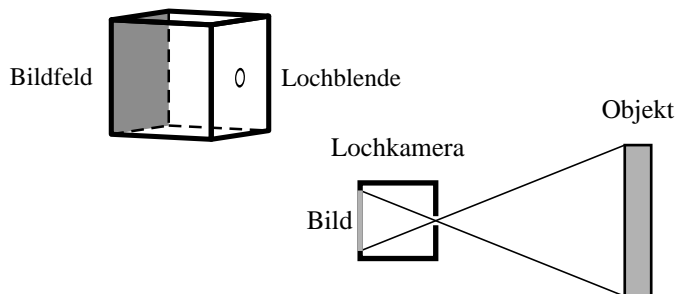


Bild 4: Eine Lochkamera, oben räumlich, unten schematisch dargestellt. Das Licht, das durch die Lochblende eintritt, erzeugt auf der hinteren Wand der Kamera ein auf dem Kopf stehendes Bild.

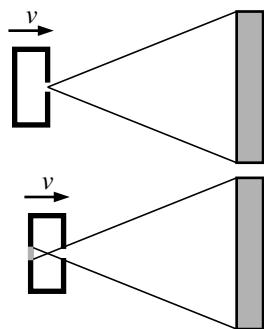


Bild 5: Bildentstehung in einer bewegten Lochkamera (90% der Lichtgeschwindigkeit). Die Kamera ist in Bewegungsrichtung längenkontrahiert. Zwischen dem Eintritt des Lichtes durch die Lochblende (oben) und seinem Auftreffen auf das Bildfeld (unten) bewegt sich die Kamera weiter.

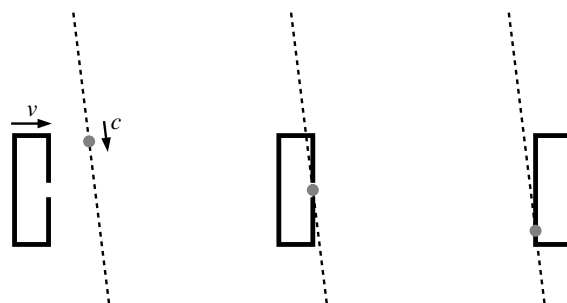


Bild 6: Eine Lochkamera bewegt sich mit 95% der Lichtgeschwindigkeit. Licht, das schräg von hinten vor die Kamera läuft, kann von der Blende eingefangen und dann auch noch vom Bildfeld eingeholt werden. Je schneller die Kamera ist, desto weiter kann sie „hinter sich“ schauen.

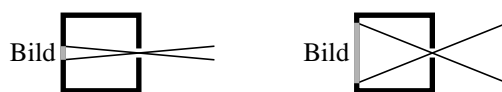


Bild 7: Im Ruhesystem der bewegten Kamera (links, mit dem in Bild 5 konstruierten Bild) kommen die Lichtstrahlen aus anderen Richtungen als im Ruhesystem des Objekts (rechts, Ausschnitt aus Bild 4).

## Allgemeine Erklärung: Aberration

Die bisherigen Überlegungen beschreiben die Bildentstehung vollständig in dem Bezugssystem, in dem das Tor ruht. Wechseln wir jetzt in das Bezugssystem, das sich mit der bewegten Kamera mitbewegt. Hier ist die Kamera nicht längenkontrahiert. Aus der Lage und der Größe des Bildes kann man auf die Richtungen der empfangenen Lichtstrahlen schließen. Diese Richtungen stimmen nicht mit denen überein, die im Ruhesystem des Tors bestimmt werden (Bild 7). Die Tatsache, daß es vom Bewegungszustand abhängt, welche Richtung einem Lichtstrahl (oder einer anderen Bewegung) zugeschrieben wird, wird als Aberration bezeichnet.

Im Alltag kann man Aberration beispielsweise bei einer Zugfahrt im Regen beobachten. Beim Blick aus dem Zugfenster an einem windstillen Regentag sieht man den Regen senkrecht fallen, solange der Zug steht (Bild 8 oben). Ist der Zug aber in Bewegung, kommt der Regen schräg von vorn (Bild 8 unten).

Anhand der Bildentstehung in der Lochkamera kann man auf elementare Weise den Zusammenhang zwischen den Richtungen in verschiedenen Bezugssystemen herleiten (Bild 9): Ein Photon tritt unter dem Winkel  $\theta$  in die bewegte Kamera ein (oben). Die Komponente seiner Geschwindigkeit in Richtung auf das Bildfeld ist  $c \cos \theta$ . Das Bildfeld nähert sich seinerseits dem Photon mit der Kamerageschwindigkeit  $v$ . Wenn die Wege, die das Bildfeld und das Photon zurückgelegt haben,  $v\Delta t$  und  $c \cos \theta \Delta t$ , sich zum Abstand  $l$  zwischen Lochblende und Bildfeld summieren, trifft das Photon auf das Bildfeld (Bild 9 unten links). Wegen der Längenkontraktion ist  $l$  kleiner als der Abstand  $l'$  in der ruhenden Kamera:  $l = l' \sqrt{1 - v^2/c^2}$ . Damit

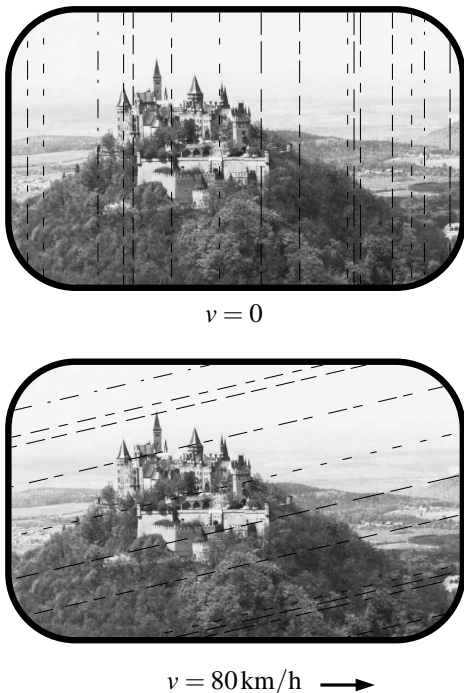


Bild 8: Aberration im Alltag. An einem windstillen Tag sieht man beim Blick aus dem Fenster eines Zuges den Regen senkrecht fallen, solange der Zug steht (oben). Ist der Zug aber in Bewegung, kommt der Regen schräg von vorne (unten).

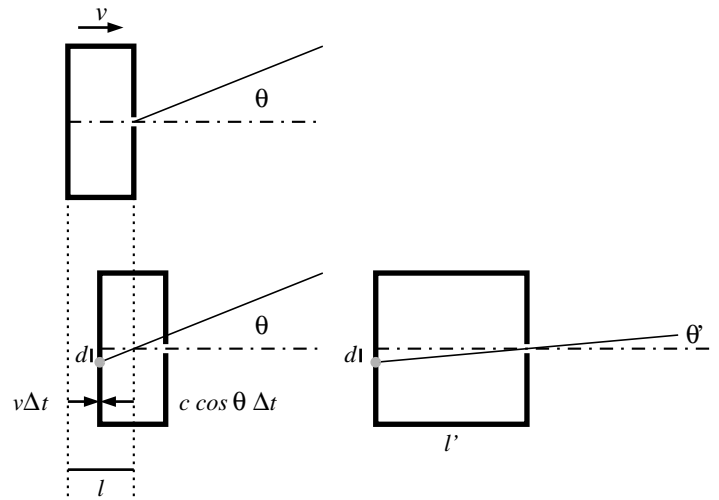


Bild 9: Zur Herleitung der Aberrationsformel anhand der Bildentstehung in einer Lochkamera. Ein Photon tritt unter dem Winkel  $\theta$  in eine bewegte Lochkamera ein (oben) und trifft in der Entfernung  $d$  von der optischen Achse auf dem Bildfeld auf (unten links). Im Ruhesystem der Kamera schließt man aus der Entfernung  $d$  auf einen Eintrittswinkel  $\theta'$ , der kleiner ist als  $\theta$  (unten rechts).

gilt

$$v\Delta t + c \cos \theta \Delta t = l' \sqrt{1 - v^2/c^2} \rightarrow \Delta t = \frac{l' \sqrt{1 - v^2/c^2}}{v + c \cos \theta} \quad (1)$$

In dieser Zeit hat sich das Photon um die Strecke

$$d = c \sin \theta \Delta t \quad (2)$$

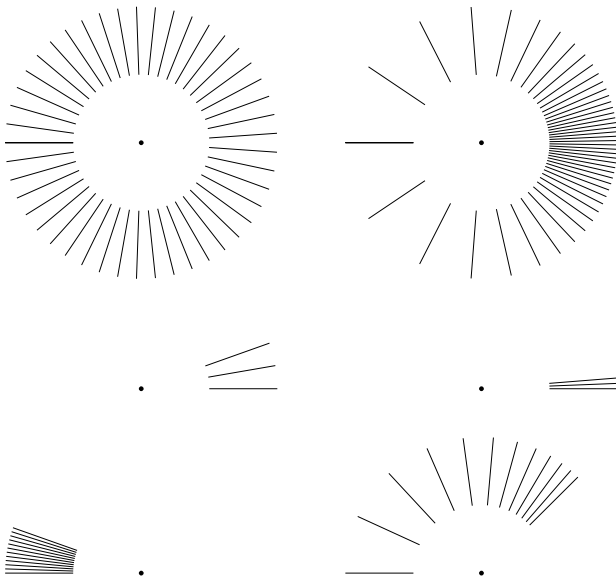
von der optischen Achse entfernt. Den Auftreffpunkt betrachtet man nun im Ruhesystem der Kamera und findet, dass das Photon unter dem Winkel  $\theta'$  mit

$$\tan \theta' = \frac{d}{l'} = \frac{\sin \theta \sqrt{1 - v^2/c^2}}{v/c + \cos \theta} \quad (3)$$

in die Kamera eingetreten sein muss (Bild 9 unten rechts).

Diese Beziehung erlaubt es nun, von der Lochkamera zu abstrahieren und die Schnappschüsse von den Hochgeschwindigkeitsflügen direkt mit der Aberration zu erklären.

Der Zusammenhang zwischen den Richtungen von Lichtstrahlen in verschiedenen Bezugssystemen, den Gleichung 3 angibt, ist in Bild 10 illustriert. Hier sind die Richtungen von Lichtstrahlen, die eine Kamera an der durch den Punkt markierten Stelle empfängt, durch Striche markiert. Eine ruhende Kamera (links) und eine relativ zu ihr bewegte Kamera (rechts, Bewegung nach rechts) registrieren am selben Ort dieselben Lichtstrahlen, empfangen sie aber aus unterschiedlichen Richtungen. Die Richtungen, die die bewegte Kamera feststellt, sind „nach vorne geklappt“. In dieser Illustration entspricht der Anflug auf das Tor dem Fall, dass Licht von einem Objekt auf der rechten Seite kommt (mittleres Bild). Die Lichtstrahlen von diesem Objekt sind für die bewegte Kamera stärker von vorne gebündelt, das Objekt erscheint deshalb kleiner. Der Anblick des Tors kurz nach dem Verlassen des Torbogens entspricht dem Fall, dass Licht von einem Objekt auf der linken Seite kommt (unteres Bild). Beim Blick nach rechts ist dieses Objekt für die ruhende Kamera nicht sichtbar, für die bewegte Kamera können aber die äußersten Lichtstrahlen schräg von vorne



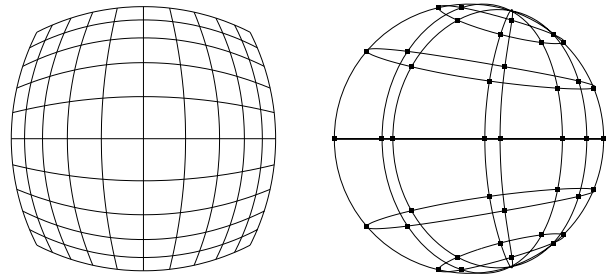
**Bild 10:** Zur Aberration von Licht. Die Striche markieren die Richtungen von Lichtstrahlen, die eine Kamera an der durch den Punkt bezeichneten Stelle empfängt. Eine ruhende Kamera (linke Spalte) und eine relativ zu ihr bewegte Kamera (rechte Spalte, Bewegung nach rechts) registrieren am selben Ort dieselben Lichtstrahlen, empfangen sie aber aus unterschiedlichen Richtungen. Die Relativgeschwindigkeit beträgt 90% der Lichtgeschwindigkeit (oben, Mitte) bzw. 99% der Lichtgeschwindigkeit (unten).

eintreffen, so dass das Objekt sichtbar ist. Auch die Verzerrung des Tors und der Bodenfliesen bei der Aufnahme durch eine bewegte Kamera sind eine Folge der Aberration. Sie rühren daher, dass die Aberration je nach der Richtung eines Lichtstrahls unterschiedlich stark ist.

## Do It Yourself

Es gibt mehrere Methoden, Beobachtungen bei Hochgeschwindigkeitsflügen zu simulieren. Eine davon beruht auf der Aberrationsformel (Gleichung 3) und besteht im Prinzip aus den folgenden Schritten.

1. Man beschreibt ein Objekt durch Punkte auf seiner Oberfläche. Besonders einfach ist die Objektdefinition bei Drahtmodellen, die durch Linien definiert sind, die sich jeweils als Polygonzug durch eine Reihe von Punkten approximieren lassen.
2. Man legt die Geschwindigkeit und die Blickrichtung der Kamera fest und wählt den Ort, an dem die Kamera ausgelöst wird.
3. Für jeden Objektpunkt bestimmt man den Winkel  $\theta$ , den ein Lichtstrahl vom Objektpunkt zur Kamera mit der Bewegungsrichtung der Kamera einschließt (Bild 9). Die Aberrationsformel liefert den Winkel  $\theta'$ , den derselbe Lichtstrahl im Ruhesystem der Kamera hat.
4. Im Ruhesystem der Kamera berechnet man aus der Richtung des einfallenden Lichtstrahls und der Ausrichtung der Kamera den Auftreffpunkt in der Bildebene. (Wenn man sich auf eine Kamera mit Blick in Flugrichtung beschränkt, kann man anstelle der Schritte 3 und 4 auch die



**Bild 11:** Simulierter Anblick von Drahtmodellen bei 90% der Lichtgeschwindigkeit. Links: die Kamera nähert sich einem ebenen quadratischen Gitter, Blick in Flugrichtung. Rechts: die Kamera fliegt an einer Kugel vorbei, die durch Längengrade und Breitenkreise beschrieben ist, Flugrichtung nach rechts, Blick senkrecht zur Flugrichtung.

Bildpunkte anhand von Bild 9 aus der Lichtlaufzeit in der Kamera berechnen.)

5. Aus den Bildpunkten wird der verzerrte Anblick des Objekts konstruiert. Bei Drahtmodellen verbindet man dazu die Punkte, die zu einer Linie gehören, durch einen Polygonzug.

Bild 11 zeigt zwei Beispiele. Simulationen von Drahtmodellen erlauben es mit einem relativ geringen Programmieraufwand mit verschiedenartigen Objekten zu experimentieren.

## Ausblick

Die Ausgangsfrage war: wie sieht man seine Umgebung, wenn man sich annähernd lichtschnell bewegt? Ebensogut kann man die umgekehrte Frage stellen: Wie sieht ein Objekt aus, wenn es mit annähernd Lichtgeschwindigkeit vorbeifliegt? Die Antwort gibt das Relativitätsprinzip: Es macht keinen Unterschied, ob ein Objekt an einer ruhenden Kamera vorbeifliegt oder eine Kamera an einem ruhenden Objekt; in beiden Fällen entsteht derselbe Film. Die Erklärung dafür, dass die Bilder anders aussehen als gewohnt, ist allerdings in den beiden Fällen verschieden. Nur wenn sich die Kamera bewegt, kann man mit der Aberration argumentieren. Für den anderen Standpunkt möchte ich auf einen kürzlich erschienenen Artikel im Physik Journal verweisen [1] (auch als Online-Version mit Filmsequenzen verfügbar [4]). Die Frage nach dem Aussehen von Objekten bei hoher Relativgeschwindigkeit zum Betrachter hat auch Eingang in einige Lehrbücher zur Speziellen Relativitätstheorie gefunden, siehe zum Beispiel [2].

Die Computersimulationen sind natürlich als Filme am schönsten. Beispiele sind zu finden auf den Webseiten von Weiskopf [3] und von Zahn und Kraus [4], wo sich auch eine Online-Version dieses Artikels mit Filmsequenzen befindet.

## Danksagung

Die Computersimulationen des Flugs durchs Tor in den Bildern 1 bis 3 wurden mit dem Programm von Jorge Manzano in der Bearbeitung von Joachim Kern berechnet.

## Literatur

[1] Kraus, U., Ruder, H., Weiskopf, D., Zahn, C.: Was Einstein noch nicht sehen konnte. In: Physik Journal 1 (2002) Nr. 7/8, S. 77 (2002)

[2] Ruder, H., Ruder, M.: Die Spezielle Relativitätstheorie, Vieweg Verlag, Wiesbaden 1993

[3] Weiskopf, D.:  
<http://wwwvis.informatik.uni-stuttgart.de/~weiskopf>

[4] Zahn, C., Kraus, U.:  
<http://www.tempolimit-lichtgeschwindigkeit.de>